INTRODUCTION À L'AUTOMATIQUE

Ce chapitre est destiné à montrer l'utilité pratique des systèmes automatiques et à représenter leur structure de base. Il aboutit à une classification de ces systèmes et se termine par le plan d'organisation de ces notes.

1- SYSTÈMES

Un système est un ensemble d'éléments (mécaniques, électriques, pneumatiques,...) connectés entre eux pour constituer un tout destiné à effectuer certaines opérations préalablement définies. L'exemple simple suivant introduit certaines notions fondamentales qui seront généralisées par la suite et appliquées à d'autres exemples.

1-1 Exemple d'introduction

Considérons le système représenté par la figure 1.

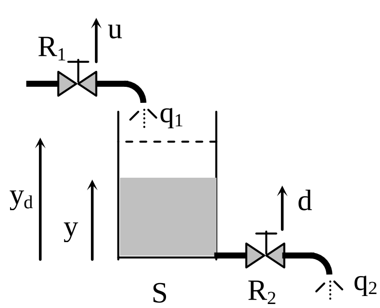

Fig. 1. Réservoir

Il s'agit d'un réservoir d'eau de section S alimenté par une conduite à travers un robinet R_1. Le débit q_1 entrant dans le réservoir dépend de l'ouverture u de R_1. Un débit q_2 sort du réservoir à travers un robinet R_2 dont l'ouverture d varie selon le besoin en eau. Ce besoin est préalablement imprévisible.

On désire maintenir l'eau dans le réservoir à un niveau constant y_d. Le niveau effectif de l'eau est une fonction du temps y(t) variant avec les débits q_1 et q_2. Cette fonction y(t) est appelée la *sortie* du système ou sa *réponse* et le niveau désiré y_d est appelé *consigne* ou *référence*.

Les manettes des robinets R_1 et R_2 sont les moyens d'action sur le contenu du réservoir et les déplacements u et d de ces manettes sont appelées les *entrées* du système. Mais ces entrées ne se modifient pas dans le même but : u est le moyen par lequel un opérateur ajuste le niveau effectif y chaque fois qu'il s'écarte du niveau désiré y_d, tandis que d varie selon le besoin en eau, donc d'une manière aléatoire et indépendante de la volonté de l'opérateur. Pour distinguer entre ces deux sortes d'entrées, u sera appelé *commande* et d *perturbation*.

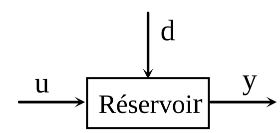

Fig. 2. Représentation schématique

Au lieu de la figure 1, le système étudié peut être représenté plus simplement par la figure 2 à condition de connaitre la relation entre la réponse y et les entrées u et d. Cette relation est appelée le *modèle mathématique* du réservoir. Pour établir ce modèle, effectuons d'abord un bilan volumétrique entre la quantité d'eau qui entre, celle qui sort et celle qui reste dans le réservoir. Si dy est l'accroissement de y durant un temps infinitésimal dt et S est la section du réservoir, on a :

$$S.dy = q_1.dt - q_2.dt. \qquad (1)$$

En divisant les deux membres de (1) par dt, on obtient :

$$S.\dot{y} = q_1 - q_2 \qquad (2)$$

où $\dot{y}$ est la dérivée de y par rapport au temps. Pour compléter le modèle, il reste à écrire les débits q_1 et q_2 en fonction des entrées u, d et de la sortie y. Or le débit d'eau à travers un robinet dépend du degré d'ouverture de ce robinet ainsi que de la différence entre la pression à son amont et la pression à son aval. En désignant par Δ_1 et Δ_2 les différences de pressions aux bornes des robinets R_1 et R_2, on a :

$$q_1 = f_1(u, \Delta_1) \quad \text{et} \quad q_2 = f_2(d, \Delta_2) \qquad (3)$$

où f_i, i = 1, 2, est une fonction connue, appelée caractéristique du robinet, fournie par le fabricant ou déterminée au laboratoire. Posons P_0 la pression d'alimentation à l'amont de R_1 (supposée connue), P_a la pression atmosphérique, ρ la masse spécifique de l'eau et g l'accélération terrestre. On a :

$$\begin{aligned} &\Delta_1 = P_0 - P_a \\ \text{et} \quad &\Delta_2 = P_a + \rho.g.y - P_a = \rho.g.y. \end{aligned} \qquad (4)$$

Tenant compte de (3) et (4) l'équation (2) devient

$$S.\dot{y} = f_1(u, P_0 - P_a) - f_2(d, \rho.g.y)\,. \qquad (5)$$

Cette équation différentielle de premier ordre liant la réponse y et sa dérivée aux entrées u et d est le modèle mathématique du réservoir. Ce modèle n'est pas linéaire car, généralement, les caractéristiques f_1 et f_2 des robinets ne le sont pas.

EXERCICE 1

Les caractéristiques des robinets R_1 et R_2 du système de la figure 1 sont identiques, données par $q = f(v, \Delta) = 40.v.\sqrt{\Delta}$ où q est en cm^3/sec, v en mm et Δ en bars (1 bar = 10^5 N/m^2). La section du réservoir est S = 1 m^2 et sa hauteur est h = 1 m. La pression relative d'alimentation est $\Delta_1 = P_0 - P_a = 9$ bars, ρ = 1 kg/litre et g = 10 m/s^2.

a) Si le robinet R_2 est ouvert de d = 10 mm, que doit être l'ouverture u de R_1 pour que le niveau d'eau dans le réservoir se stabilise à y_d = 90 cm ?

b) On suppose qu'à l'instant initial le niveau d'eau est de 90 cm, que l'ouverture u est maintenue à sa valeur trouvée en a) et que l'ouverture d diminue subitement de 10 mm à 5 mm. En posant $z = y^{1/2}$ et en résolvant l'équation différentielle (5) par séparation des variables, déterminer et représenter le niveau y de l'eau en fonction du temps t. Après combien de temps le réservoir déborde-t-il ?

Réponses : a) 1 mm

b) $t = 10^4.[3 - \sqrt{10^{-1}y} - 6.\mathrm{Ln}(|6 - \sqrt{10^{-1}y}\,|/3)]$,

28.5 min.

1-2 Généralisation et autres exemples

Les définitions suivantes généralisent les notions introduites dans l'exemple précédent.

Entrées d'un système. Un système fonctionne sous l'effet d'une ou de plusieurs actions externes de nature quelconque (force, déplacement, tension électrique, pression hydraulique,…) appelées *entrées.* Les entrées u_1, u_2, …, u_p utilisées pour conduire le système à suivre un régime désiré seront appelées *moyens d'action ou commandes*, tandis que les entrées d_1, d_2, …, d_r qui agissent sur le système d'une manière imprévisible et indépendante de la volonté de l'opérateur seront appelées *perturbations*. Pour une écriture concise, toutes les actions seront groupées dans un vecteur $u \in \Re^p$ appelé *vecteur des actions* ou simplement *action ou commande* et toutes les perturbations seront groupées dans un vecteur $d \in \Re^r$ appelé *vecteur des perturbations* ou simplement *perturbation*. Généralement les composantes de u et d varient au cours du temps.

Notations. Nous convenons de séparer les composantes d'un vecteur colonne par un point-virgule et les composantes d'un vecteur ligne par une virgule ou un blanc. Par exemple, le transposé de (a b c) est (a ; b ; c). D'autre part, l'écriture h_i signifiera la i$^{\text{ème}}$ composante d'un vecteur h tandis que h^i signifiera le i$^{\text{ème}}$ vecteur d'un ensemble de vecteurs $\{h^1, h^2, \ldots\}$.

Sorties d'un système. Sous l'effet des entrées u et d, le système effectue des opérations caractérisées par la variation de certaines grandeurs physiques y_1, ..., y_q qui lui sont rattachées. Le vecteur colonne $y = (y_1 ; y_2 ; \ldots ; y_q) \in \Re^q$ est appelé *sortie* ou *réponse* du système.

Exemple 1

La figure 3 représente un convoyeur d'un produit en poudre ou granulé provenant d'une trémie. Ce convoyeur est entraîné par un moteur électrique. On suppose que l'ouverture inférieure de la trémie est constante et ne se règle pas.

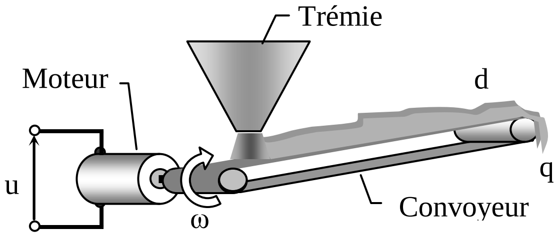

Fig. 3 Convoyeur

Pour obtenir à la sortie un débit massique désiré q_d, on ajuste la vitesse ω du convoyeur en variant la tension u appliquée au moteur. Cette tension est le seul moyen d'action sur le système. Le débit effectif q, qui est la réponse de ce système, ne dépend pas seulement de la vitesse ω mais aussi de la densité linéaire d du produit à l'extrémité du convoyeur. Or, même quand la vitesse ω reste constante, la distribution de la masse m transportée par le convoyeur peut varier selon le contenu de la trémie et la cohésion entre les particules du produit. Les fluctuations imprévisibles de d constituent la perturbation principale pour ce système. Bien que la vitesse ω joue ici un rôle essentiel, elle n'est ni une entrée ni une sortie ni une perturbation mais une variable interne appelée *variable d'état*. Nous reviendrons dans un autre chapitre à la définition des variables d'état, notion très importante pour la modélisation et la commande des systèmes.

Exemple 2

La figure 4 représente un missile propulsé par la force de réaction f d'un gaz échappant d'une tuyère montée à la base du missile. Pour contrôler l'orientation du missile on modifie la direction de f en tournant la tuyère par des moteurs non représentés sur la figure.

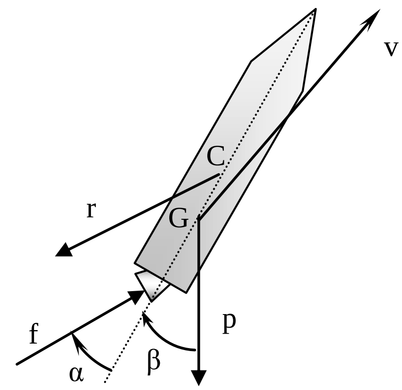

Fig. 4 Missile

Le mouvement de cet engin se définit par sa vitesse v et sa rotation par rapport à un repère lié au sol. Si ce mouvement est dans le plan vertical, la réponse du système est un vecteur à 3 composantes $y = (v_x\,;\, v_y\,;\, \beta)$ où v_x et v_y sont les projections horizontale et verticale de v et β est l'angle entre l'axe du missile et la verticale. Pour obtenir un mouvement donné, on agit sur le missile par le module de f (en variant le taux de combustion du carburant) et par la rotation α de la tuyère à l'aide d'un moteur monté à l'intérieur du missile. La commande est donc un vecteur à deux composantes, $u = (\|f\|\,;\,\alpha)$. À noter que la résistance de l'air r est égale à $\bar{r} + d$ où $\bar{r}$ dépend seulement de la vitesse v du missile et d dépend seulement de la vitesse imprévisible du vent. Comme $\bar{r}$ peut être déduite de la vitesse v, elle n'est pas une action externe et ne sera pas compté comme une entrée. Par contre d doit être considéré comme une perturbation.

À noter que la consommation du combustible modifie la masse et le moment d'inertie du missile et déplace son centre de gravité. D'autre part, l'accélération terrestre et la densité de l'air diminuent avec l'altitude. Si l'on tient compte des variations de ces paramètres en fonction du temps, on dit que le modèle est *variant*. Mais souvent, pour faciliter la recherche d'une commande convenable sur un trajet relativement court, on néglige ces variations et on suppose que le missile est *invariant*.

Modèle mathématique. La relation qui lie le vecteur de sortie y aux vecteurs d'entrée u et d est appelée *modèle mathématique* du système. Le plus souvent, cette relation s'écrit sous la forme d'une ou de plusieurs équations différentielles (voir (5)) mais elle peut être aussi une expression algébrique ou représentée par un graphe ou un tableau. Si le système est simple et si les lois physiques qui régissent son fonctionnement sont connues, il est possible d'obtenir son modèle par un raisonnement analytique comme nous l'avons fait pour le réservoir de la figure 1. Par contre, si le système est complexe ou si les lois physiques qui régissent son fonctionnement sont mal connues, son modèle mathématique s'obtient par *identification* c'est-à-dire à partir de données purement expérimentales.

Que le modèle soit obtenu par voie analytique ou par identification, il ne représentera la réalité physique que d'une manière plus ou moins approximative. Par exemple, pour établir analytiquement le modèle du réservoir (fig. 1), nous avons supposé connues les caractéristiques f_1 et f_2 des robinets. En fait, ces caractéristiques sont généralement fournies avec une certaine incertitude et, en plus, elles peuvent se modifier par usure au cours du temps. De même, nous avons signalé que pour simplifier le modèle du missile de l'exemple 2, on néglige généralement les variations de ses paramètres.

Linéarité et invariance. Un système est *linéaire* si la relation entre son vecteur de sortie y et ses vecteurs d'entrée u et d est donnée par un ensemble d'équations différentielles ou algébriques toutes linéaires c.à.d. chacune de la forme $\sum a_i . x_i^{(k)} = c$ où x_i est une composante de u, d ou y et $x_i^{(k)}$ est la $k^{ème}$ dérivée de x_i par rapport au temps. Si l'une des équations du système est non-linéaire, on dit que le système est *non-linéaire*. D'autre part, si tous les coefficients a_i sont constants, on dit que le système est *invariant* et il est variant si l'un au moins de ces coefficients dépend du temps.

Linéarisation. Rarement un système est rigoureusement linéaire mais il est souvent possible en automatique de remplacer une expression non-linéaire par une approximation linéaire. Par exemple, si une variable x reste voisine d'une constante x_0, toute fonction f(x) continue et dérivable peut être approximée par l'expression linéaire

$$f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0).(x - x_0)$$

où $f'(x_0)$ est la dérivée de f en x_0 (la courbe de f(x) au voisinage de x_0 est presque confondue avec la tangente à cette courbe au point $(x_0, f(x_0))$). Supposons, par exemple, que le débit à la sortie d'un réservoir est lié au niveau h de l'eau par la relation non-linéaire $q = a.(h^{1/2})$. Si h reste voisin de $h_0 = 1$ m, on peut écrire

$$q \approx a.(h_0)^{1/2} + [(a/2)(h_0)^{-1/2}](h - h_0) = (a/2)(1 + h)$$

où le dernier membre est linéaire par rapport à h.

2- SYSTÈMES AUTOMATIQUES

Imaginons un système qui n'est soumis à aucune perturbation et que son fonctionnement est décrit par un modèle mathématique parfait. Pour obtenir l'action u_d qui produit une réponse désirée $\mathbf{y_d}$, il suffit de remplacer y par y_d dans les équations du modèle et de déduire u_d en résolvant ces équations. Malheureusement, comme nous l'avons indiqué dans les exemples ci-dessus, presque tout système sera affecté par une certaine forme de perturbation et que tout modèle ne décrira le fonctionnement de ce système que d'une façon plus ou moins approximative. Ces facteurs rendent impossible la détermination précise de u_d et ont pour effet d'écarter la réponse y de y_d.

Si, malgré les perturbations et l'imperfection du modèle, la réponse effective y doit rester voisine de la réponse désirée y_d, il est indispensable de réajuster l'action u chaque fois qu'on détecte un écart entre y et y_d. Or, il n'est pas pratique et souvent impossible à un humain de mesurer en tout instant cet écart et de réajuster convenablement l'action u avec la rapidité et la précision qu'exige d'habitude le bon fonctionnement d'un système. Quand ces ajustements sont effectués par un organe physique C connecté au système principal S, on dit que l'ensemble constitue un système à commande automatique. **C**ette commande est dite *robuste* si le système continue à fonctionner convenablement malgré l'usure et la déviation du modèle nominal.

2-1 Structure de base d'un système automatique

Un système est automatique s'il est capable de régler son propre fonctionnement. Il est essentiellement composé des éléments suivants :

a) de l'*objet commandé* S,
b) de l'*organe de commande* C appelé aussi *compensateur* ou *régulateur* et
c) de deux chaînes connectant C à S, l'une pour transmettre l'information de C vers S et l'autre de S vers C.

La figure 5 représente la structure de base d'un système automatique dont le principe de fonctionnement est le suivant.

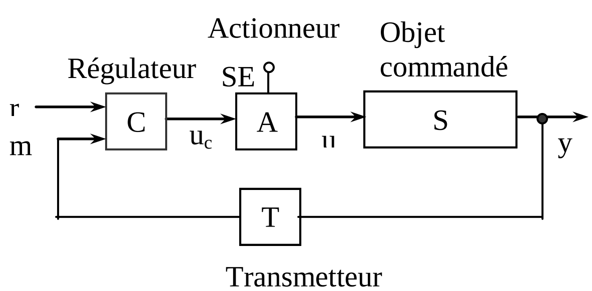

Fig. 5 Structure de base

- Un organe T, appelé *transmetteur ou capteur*, mesure en tout instant la réponse y de l'objet commandé S et envoie vers le régulateur C un signal m qui caractérise cette réponse. m est appelé *signal de mesure*, de *retour* ou de *contre-réaction*. Par exemple, si y est une vitesse de rotation, le transmetteur associe à y rd/sec la tension électrique m = k.y volts où k (ici en volt.sec/rd) est généralement un facteur constant appelé *gain* du transmetteur.

- D'un autre côté, on indique à l'organe C la réponse désirée y_d en lui appliquant un autre signal r appelé *référence* ou *consigne* qui doit avoir la même valeur que prend m quand y = y_d. Par exemple, si l'on désire que la vitesse à la sortie soit égale à 5 rd/sec, on applique comme consigne la tension r = k.5 volts, k étant le gain du transmetteur.

- Quand C détecte un écart e entre r et m, c'est-à-dire entre la réponse désirée et la réponse effective, il émet, en fonction de e, un signal u_c appelé *signal de commande*. Nous parlerons plus loin de la relation entre e et u_c.

- Les signaux u_c, r et m sont le plus souvent de faible puissance. Pour agir sur l'objet commandé S avec une puissance suffisante, on intercale entre C et S un élément A appelé *actionneur* ou *amplificateur*. Cet organe produit en fonction de u_c une action de puissance u en soutirant l'énergie d'une source d'alimentation extérieure SE. Souvent u est proportionnel à u_c.

Ainsi, pour tout signal d'écart e(t) = r(t) – m(t), le régulateur C doit produire un signal de commande $u_c(t)$ qui, par son effet sur A et par suite sur S, rapproche autant que possible et de la « meilleure manière » la réponse effective y(t) de la réponse désirée $y_d(t)$. Comment concevoir le régulateur le plus adapté pour commander un système donné ? C'est justement l'objectif central de l'automatique.

Remarque. Si la réponse désirée est toujours la même, il est inutile de prévoir sur l'organe de commande une entrée de référence r. D'autre part, si la chaîne de retour n'existe pas (m = 0 $\forall$t), on dit que la *commande* est *directe* ou à *chaîne ou boucle ouverte*. Ce type de commande est utilisé quand les effets des perturbations et de l'imperfection du modèle peuvent être négligés.

2-2 Exemple d'un système automatique

Pour montrer sur un système concret les différentes parties de la figure 5, considérons le système de commande automatique du niveau d'eau dans un réservoir (fig. 6).

1- Le transmetteur T est formé d'un flotteur F et d'un potentiomètre linéaire P_1 (curseur en contact avec une résistance) alimenté par une tension de E volts. Toute variation du niveau d'eau se traduit en un déplacement vertical du curseur du potentiomètre. Quand le niveau d'eau est à y % de la hauteur du réservoir, la tension du curseur est m = (E/100).y volts. Cette tension m est le signal de retour qui caractérise la réponse y du système. En pratique, il existe d'autres dispositifs moins encombrants qui peuvent être utilisés pour transformer le déplacement y en une tension m.

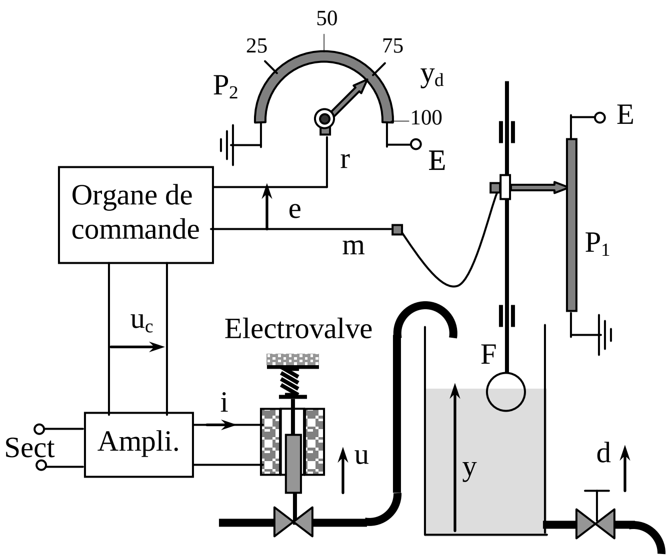

Fig. 6 Commande d'un réservoir

2- Le signal de référence r est produit par un potentiomètre rotatif P_2 muni d'une graduation de 0 à 100 % et alimenté aussi par une tension de E volts. Quand le curseur est placé en face de la graduation y_d % sa tension est r = (E/100).y_d volts. La tension entre les deux fils sortant des potentiomètres P_1 et P_2 est donc

$$e = r - m = (E/100).(y_d - y) \text{ volts.}$$

On voit que cette tension est proportionnelle à l'écart entre la réponse désirée y_d et la réponse effective y.

3- L'organe de commande C est un circuit électrique ou électronique qui délivre à sa sortie un signal de commande u_c fonction de la tension d'écart e = r – m appliquée à son entrée. Nous reparlerons plus lion de la relation entre u_c et e.

4- L'actionneur A est ici constitué d'une électrovalve alimentée par le secteur à travers un amplificateur. En fonction de la tension de commande u_c, l'amplificateur envoie vers la bobine de l'électrovalve un courant i qui, par son effet magnétique, attire la manette du robinet d'alimentation. Le déplacement u de cette manette et, par conséquent, le débit q d'eau dans le réservoir sont d'autant plus grands que la tension de commande u_c est grande. Cette tension u_c est l'entrée de l'organe A tandis que sa sortie peut être le déplacement u ou le débit q selon que l'on considère u ou q comme le moyen d'action sur le réservoir.

Revenons maintenant au régulateur. Ce circuit doit être conçu de sorte à associer à tout écart e entre r et m la commande u_c qui convient le mieux pour forcer e à rester voisin de zéro c'est-à-dire pour maintenir le niveau d'eau y aussi voisin que possible du niveau désiré y_d. Plusieurs types de relations entre u_c et e peuvent être envisagés. La figure 7 montre, comme premier exemple, la caractéristique d'un relais avec hystérésis d'entrée e et de sortie u_c.

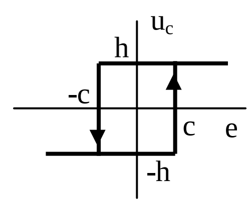

Fig.7 Relais avec hystérésis

Quand e est supérieur à c (m < r – c), la tension u_c prend la valeur h volts, le robinet s'ouvre et l'eau coule dans le réservoir jusqu'au moment où e devient inférieur à –c (m > r + c). A cet instant, la tension u_c passe à –h volts, le robinet se referme et coupe l'écoulement d'eau. Ce cycle recommence lorsque e redevient supérieur à c. Le signal u_c n'a donc que deux valeurs possibles h et –h. Quand u_c = h, le robinet s'ouvre complètement et quand u_c = –h, le robinet se ferme complètement. Avec ce type de commande, appelé *tout ou rien*, le niveau d'eau dans le réservoir fluctue autour du niveau désiré mais, généralement, il ne se stabilise pas à ce niveau.

Pour suivre de plus près les variations de e et maintenir y à un niveau aussi voisin que possible de y_d, on a recours à des commandes pour lesquelles le signal u_c a une infinité de valeurs possibles. La plus simple de ces politiques est la *commande proportionnelle* définie par $u_c = k_p.e$ où k_p est une constante positive. Supposons que cette commande agit sur une électrovalve dont le débit q est relié à la tension u_c par une relation linéaire $q = q_0 + a.u_c$ où

q_0 est la consommation moyenne en eau et a une constante positive appelée le gain de l'électrovalve. Sachant que $u_c = k_p.e$ et $e = (E/100).(y_d - y)$, on obtient $q = q_0 + b.(y_d - y)$, $b > 0$. Ainsi, dès que le niveau d'eau y tend à s'écarter de y_d, le débit varie dans le sens qui ramène ce niveau vers y_d.

<u>EXERCICE 2</u>
Le réservoir du système automatique de la figure 6 a une section $S = 1\ m^2$ et une hauteur $h = 1$ m. La caractéristique (approximative) du robinet de sortie est $q_2 = 12.d + 7.y - 630$ où le débit q_2 est en cm^3/sec, l'ouverture d en mm et le niveau y en cm. L'actionneur A (amplificateur + électrovalve) transforme la tension de commande u_c (en volts) en un débit $q_1 = 120 + 24.u_c\ cm^3/sec$. Le transmetteur T (flotteur + potentiomètre P_1) transforme le niveau y en une tension $m = 0.05.y$ volts.
a) Que doit être la tension r si l'on veut que le niveau d'eau soit autour de $y_d = 90$ cm? Dans la suite, le signal de référence r sera fixé à cette valeur.
Considérons 2 régulateurs différents C_1 et C_2 :
- C_1 est de type proportionnel ($u_c = k_p.e$) avec $k_p = 100$.
- C_2 est un relais à hystérésis (fig. 7) ayant h = 5 volts et c = 0.1 volt.
Sachant qu'à l'instant initial $y = y_d$ et que, pour $0 \leq t < 600$ sec, d = 10 mm et, pour $t \geq 600$ sec, d = 5 mm,
b) déterminer et représenter les variations de $x = (y - y_d)$ et de q_1 en fonction du temps quand le régulateur est C_1.
c) Représenter l'allure des fonctions x(t) et $q_1(t)$ lorsque le régulateur est C_2 et en supposant qu'à l'instant initial $u_c = -5$ volts.

Réponses : a) 4.5 volts ;
b) Pour $t \geq 600$ sec,
$x(t) = (60/127).\{1 - \exp[-0.0127(t - 600)]\}$
et $q_1(t) = 120[1 - x(t)]$.

3- CLASSIFICATION DES COMMANDES

Les techniques d'analyse et de conception des systèmes automatiques diffèrent selon la nature de l'entrée e et de la sortie u_c de l'organe de commande et amènent à la classification suivante.

Commandes finies. Une commande est finie si les ensembles des valeurs V_e et V_{uc} des signaux e et u_c sont finis c'est-à-dire si chacune de ces fonctions n'a qu'un nombre fini de valeurs possibles.

Exemple 3.
La figure 8 représente un système d'alimentation d'un petit réservoir supérieur à partir d'un grand réservoir inférieur à l'aide d'une pompe P entraînée par un moteur M.

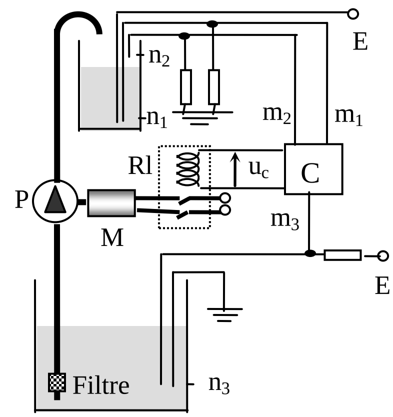

Fig. 8 Alimentation d'un réservoir

Un relais Rl, jouant le rôle d'actionneur, permet de brancher le moteur au secteur ou le débrancher selon que la tension u_c appliquée à son électro-aimant est positive ou nulle. Cette tension est produite par un organe de commande C qui doit être conçu de sorte à satisfaire les exigences suivantes :

1) La pompe ne se met en marche que lorsque le niveau d'eau est supérieur à n_3 dans le grand réservoir et inférieur à n_1 dans le petit.

2) Elle ne s'arrête que lorsque le niveau d'eau devient inférieur à n_3 dans le grand réservoir ou lorsqu'il dépasse n_2 dans le petit.

Pour détecter ces niveaux et les transmettre à l'organe de commande C, des électrodes sont plongées dans les réservoirs et connectées à une tension E ou à la masse comme montre le schéma de la figure 8 où les petits rectangles représentent des résistances électriques. Les électrodes avec leur circuit constituent le transmetteur de ce système automatique. Comme l'eau est un bon conducteur d'électricité, il est facile de vérifier que la relation entre les niveaux d'eau et les tensions m_1, m_2 et m_3 appliquées à l'organe de commande C est donnée par les tableaux suivants :

	Réservoir supérieur		
Niveau n_s	$n \leq n_1$	$n_1 < n \leq n_2$	$n > n_2$
(m_1, m_2)	(0, 0)	(E, 0)	(E, E)

	Réservoir inférieur	
Niveau n_i	$n' \leq n_3$	$n' > n_3$
m_3	E	0

En convenant de désigner par le chiffre 0 la tension 0 volt et par le chiffre 1 la tension E volts, le domaine des valeurs de l'entrée e = (m_1, m_2, m_3) de l'organe de commande C est l'ensemble fini à 6 éléments

$$V_e = \{(0,0,0), (1,0,0), (1,1,0), (0,0,1), (1,0,1), (1,1,1)\}.$$

Remarquer que l'organe de commande n'a pas besoin d'une entrée de référence puisque la sortie désirée (n_i, n_s) est toujours la même :

$$n_i > n_3 \text{ et } n_1 < n_s < n_2.$$

D'un autre côté, pour mettre la pompe en marche, l'organe de commande C applique aux bornes du relais une tension u_c = E volts et pour l'arrêter il applique la tension u_c = 0 volt. De nouveau, en convenant de désigner par le chiffre 0 la tension 0 volt et par le chiffre 1 la tension E volts, le domaine des valeurs de la sortie u_c de l'organe C est l'ensemble fini à 2 éléments :

$$V_{uc} = \{0, 1\}.$$

Les ensembles V_e et V_{uc} étant tous les deux finis, la commande dans cet exemple est finie.

Maintenant, pour satisfaire les conditions de pompage mentionnées ci-dessus, l'organe de commande C doit être conçu de sorte que la relation entre sa sortie u_c et son entrée (m_1, m_2, m_3) soit celle donnée par le tableau 1 suivant.

		(m_1, m_2)		
		(0,0)	(1,0)	(1,1)
m_3	1	0	0	0
	0	1	p	0

Tableau 1

D'après ce tableau, quand l'entrée de C est (0, 0, 0) (le niveau d'eau est plus bas que n_1 dans le petit réservoir et plus haut que n_3 dans le grand), sa sortie u_c prend la valeur 1 pour mettre la pompe en marche. Pour l'entrée (1, 0, 0) correspondante à la case de la lettre p, la pompe reste en marche quand elle est en marche et en arrêt quand elle est en arrêt c'est-à-dire la sortie u_c conserve sa valeur précédente. Pour les autres entrées, u_c prend la valeur 0 et la pompe s'arrête ou reste en arrêt.

Les deux symboles 0 et 1, utilisés dans cet exemple pour désigner les tensions, sont appelés *chiffres binaires* ou *chiffres logiques* ou *bits* et les vecteurs $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ dont les composantes a_i sont des bits se dénomment *vecteurs binaires* ou *vecteurs logiques*. Comme chaque composante d'un vecteur binaire a deux valeurs possibles 0 ou 1, le nombre de vecteurs binaires à n bits est 2^n. On peut donc coder les éléments de tout ensemble fini par des vecteurs à n bits à condition que 2^n soit supérieur au nombre N des éléments de cet ensemble. Nous verrons qu'il est commode de désigner par des vecteurs binaires les valeurs de l'entrée e et de la sortie u_c d'un organe de commande fini qui sera appelé dans ce cas *organe de commande binaire* ou *logique*.

EXERCICE 3

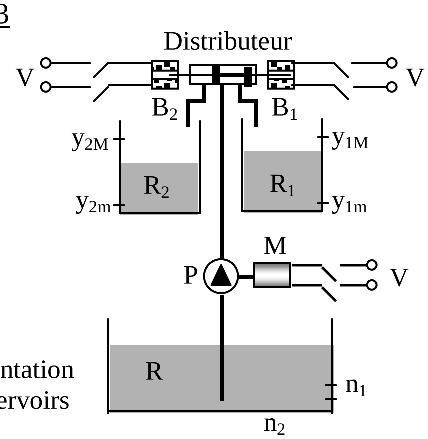

Fig. 9 Alimentation de deux réservoirs

D'un grand réservoir R et à l'aide d'une pompe P entraînée par un moteur M, on alimente en eau deux petits réservoirs R_1 et R_2. Quand on applique une tension aux bornes de l'électro-aimant B_1, le tiroir du distributeur se déplace vers la droite pour connecter la pompe au réservoir R_1. De même, pour connecter la pompe au réservoir R_2, on applique une tension aux bornes de l'électro-aimant B_2. Il est interdit d'alimenter en même temps B_1 et B_2 et les conditions de fonctionnement sont les suivantes :

- La pompe ne peut se mettre en marche que si le niveau d'eau dans R est supérieur à n_1 et elle doit s'arrêter quand ce niveau devient inférieur à n_2.
- Sous la condition précédente, on alimente le réservoir R_1 (resp. R_2) quand son niveau d'eau devient inférieur à y_{1m} (resp. y_{2m}) et on cesse de l'alimenter quand ce niveau dépasse y_{1M} (resp. y_{2M}).
- Quand les deux réservoirs ont leurs niveaux inférieurs à y_{1m} et y_{2m}, on commence par alimenter R_1.

a) Représenter le schéma d'un circuit qui transmet à l'organe de commande C l'état des réservoirs sous forme de tensions électriques.

b) En caractérisant l'entrée e de l'organe de commande par un vecteur binaire à 6 composantes et sa sortie u_c par un vecteur binaire à 3 composantes, donner les domaines V_e et V_{uc} des valeurs de e et u_c.

c) Dresser le tableau définissant la relation entre la sortie u_c de C et son entrée e.

Commandes continues. Un organe de commande est *continu* si son entrée e est presque partout continue (c'est-à-dire continue sauf éventuellement en des instants séparés t_0, t_1, … où elle effectue un saut). L'ensemble de valeurs V_e de e est donc infini non dénombrable.

L'organe de commande de la figure 6 est continu puisque l'ensemble des valeurs de son entrée $e = r – m$ est l'intervalle $V_e = [0, E]$ et e varie au cours du temps d'une manière continue sauf aux instants où l'on tourne subitement le curseur du potentiomètre de référence. A noter que l'ensemble V_{uc} des valeurs de la sortie u_c d'un organe de commande continu peut être fini ou infini. Par exemple, pour un organe de commande de type proportionnel ($u_c = k_p.e$), V_{uc} est infini mais si cet organe est un relais à hystérésis (fig. 7), u_c n'aura que deux valeurs possibles –h et +h ($V_{uc} = \{–h, +h\}$ fini).

Les définitions précédentes sont basées sur les ensembles des valeurs V_e et V_{uc} de l'entrée e et de la sortie u_c de l'organe de commande. Les deux catégories de commandes suivantes se distinguent par les domaines de définition I_e et I_{uc} des signaux e et u_c, c'est-à-dire par les ensembles des instants où les valeurs de ces fonctions sont prises en considération. En effet, il n'est pas toujours nécessaire de tenir compte des valeurs de e et de u_c en tout instant durant le fonctionnement du système. D'une manière générale, un signal quelconque est dit *analogique* s'il est évalué en tout instant d'un intervalle de temps I et il est appelé *discret* s'il n'est évalué qu'en des instants séparés t_0, t_1, t_2, … appartenant à cet intervalle.

Commandes analogiques. Un organe de commande est *analogique* si son entrée e et sa sortie u_c sont toutes les deux analogiques, c'est-à-dire si ces signaux sont définis en tout instant t durant le fonctionnement du système. Pour un organe de commande analogique, il est possible de parler de la continuité ou de la dérivabilité des fonctions e et u_c mais, évidement, cela ne signifie pas que ces signaux sont nécessairement partout continus ou dérivables.

Commandes discrètes. Un organe de commande est *discret* si son entrée e et sa sortie u_c sont toutes les deux discrètes, c'est-à-dire si ces signaux ne sont définis qu'en des instants séparés t_0, t_1, t_2,... appartenant à l'intervalle de fonctionnement I. Il est évident que pour de telles fonctions les notions de continuité et de dérivabilité ne s'appliquent pas. Par conséquent, le fonctionnement d'un organe de commande discret ne peut plus se décrire par des équations différentielles, comme c'est le cas pour les organes analogiques continus, mais par des équations aux différences où une différentielle, disons dy, sera remplacée par une différence $\Delta y = y(t_{i+1}) – y(t_i)$.

Typiquement les organes de commande discrets, appelés aussi *digitaux* ou *numériques*, sont ceux qui fonctionnent à l'aide d'un microprocesseur. La figure 10 représente la structure de base de la commande automatique d'un système S par un organe D incorporant un microprocesseur.

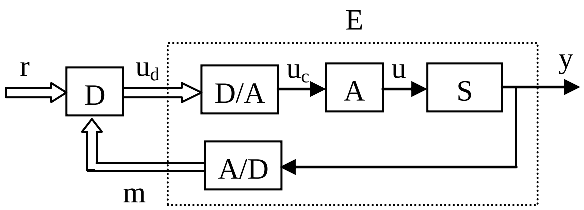

Fig.10 Système discret

En des instants séparés t_0, t_1, t_2,… l'organe D reçoit des valeurs numériques $r(t_i)$ et $m(t_i)$ caractérisant la consigne et la réponse de l'objet commandé S à l'instant t_i. En fonction de l'écart entre $r(t_i)$ et $m(t_i)$, D envoie vers S une valeur de commande $u_d(t_{i+1})$, résultat d'un programme exécuté par le microprocesseur durant l'intervalle $[t_i, t_{i+1}]$. Pour communiquer avec ce microprocesseur, les valeurs des signaux discrets $r(t_i)$, $m(t_i)$ et $u_d(t_i)$ sont transmis en base 2, c'est-à-dire sous forme de vecteurs binaires. Un signal discret transmis en base 2 est appelé *signal digital*. Comme l'entrée de l'actionneur A et la sortie de l'objet commandé S sont généralement des signaux analogiques, il est nécessaire d'intercaler avant A et après S deux éléments électroniques appelés *convertisseurs*. Le premier, désigné par D/A, transforme le signal digital $u_d(t_i)$ en un signal analogique $u_c(t)$ et le second, désigné par A/D, transforme la réponse analogique $y(t)$ en un signal digital $m(t_i)$.

4- SUBDIVISION DE L'OUVRAGE

Ces notes sont subdivisées en quatre parties relativement indépendants mais qui se complètent pour constituer l'ensemble des principales techniques employées dans la conception, l'analyse et la réalisation des systèmes automatiques. Chaque partie sera précédée d'une introduction dans laquelle on trouve un résumé de ses différents chapitres. Nous nous contentons ici à mentionner les traits généraux.

I- Automatique séquentielle. Cette partie concerne la commande finie des systèmes. Elle débute par la description des éléments constituant les transmetteurs et les actionneurs (contacts et relais) pour se consacrer par la suite aux techniques de conception de l'organe de commande et de sa réalisation par des circuits logiques appropriés (portes logiques, bascules, registres, multiplexeurs, compteurs, PLC, microprocesseur, …).

II- Modélisation des systèmes automatiques. Cette partie se rapporte à la description physique et mathématique des organes qui peuvent intervenir dans la structure d'un système de commande. On y trouve des exemples sur la mise en équations des systèmes, la modélisation des moteurs électriques, la description d'une variété d'actionneurs et de capteurs et se termine par les techniques d'identification des systèmes (modélisation expérimentale).

III- Commandes mono-variables. Cette partie détaille les méthodes classiques d'analyse et de conception de la commande des systèmes continus mono-variables. Elle est subdivisée en trois sous-parties dont la première traite la commande analogique lorsque tous les organes de la structure sont linéaires, la deuxième se rapporte à la commande discrète par microprocesseur et la troisième sous-partie montre les effets des organes non-linéaires sur le comportement du système.

IV- Commandes multi-variables. Elle concerne les techniques modernes et postmodernes de la commande automatique. Se basant sur les notions de contrôlabilité et d'observabilité des variables d'état et sur les valeurs singulières des matrices de transfert, elle développe des politiques de commande plus générales et plus performantes que les méthodes classiques. Une place importante est réservée à l'analyse de la robustesse des systèmes automatiques ainsi qu'aux politiques de commande dites $\mathcal{H}_2$ et $\mathcal{H}_\infty$. Cette partie se termine par les principales méthodes pour commander des systèmes non linéaires.

AUTRES EXERCICES ET COMPLÉMENTS

4. Le brûleur de la chaudière représentée par la figure 11 se met en marche ou s'arrête selon qu'il est branché au secteur ou non. En marche, le brûleur fournit une puissance calorifique supérieure à celle perdue par l'eau pour chauffer un milieu extérieur. Quand l'utilisateur indique la température désirée T_d, la température effective T de l'eau à la sortie de la chaudière doit se maintenir entre $T_d - 5$ et $T_d + 5$.

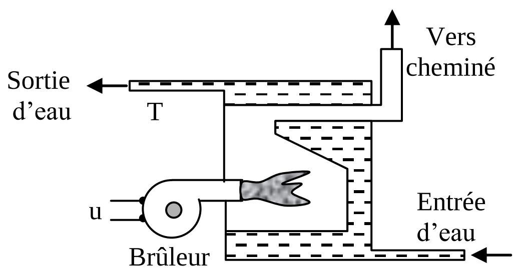

Fig.11 Chaudière

a) Représenter le circuit qui assure ce fonctionnement en précisant le rôle de chaque élément utilisé dans ce circuit et le type de l'organe de commande (il n'est pas demandé de connaître la constitution physique des éléments).
b) Représenter intuitivement l'allure de la variation de la température T durant un cycle de la chaudière c'est-à-dire entre deux mises en marche successives du brûleur. Comment cette courbe se modifie si la puissance calorifique absorbée par le milieu extérieur augmente ?

5. La figure 12 représente une installation de chauffage de deux locaux adjacents. Le radiateur de chaque local est alimenté en eau chaude à travers un mélangeur à quatre voies dont le fonctionnement est décrit par la figure 13. La rotation de la palette à l'aide d'un petit moteur électrique varie la proportion de l'eau tiède qui retourne au radiateur et l'eau chaude qui retourne à la chaudière. Le débit dans chacune des 4 voies reste constant. Le moteur tourne à gauche ou à droite selon le signe de la tension qui lui est appliquée et s'arrête quand cette tension s'annule. La température de l'eau provenant de la chaudière est constante. Sachant que l'isolement thermique de la cloison entre les deux locaux n'est que partiel, il s'agit de maintenir la température de chaque local à la valeur désirée par ses occupants.

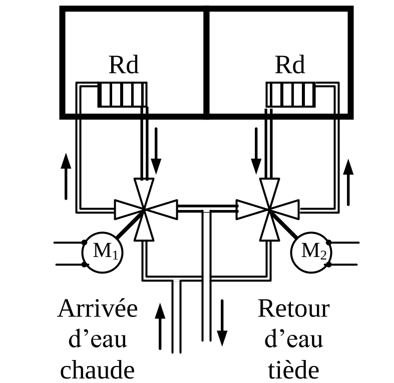

Fig.12 Chauffage de 2 locaux

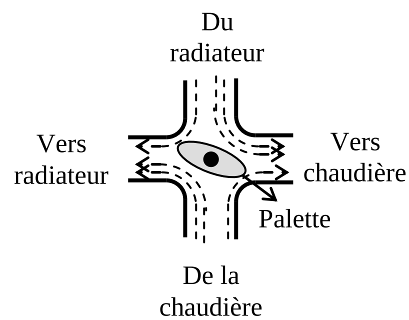

Fig.13 Mélangeur

a) Définir pour ce système les signaux de commande, de sortie et de perturbation.
b) Représenter le circuit de réglage des deux températures en précisant le rôle de chaque élément utilisé (il n'est pas demandé de connaître la constitution physique de ces éléments).
c) Supposons que le régulateur est conçu en négligeant le transfert de chaleur entre les deux locaux. Quelle est la conséquence de cette simplification sur la variation réelle des températures dans les locaux (envisager plusieurs cas).
d) Est-il avantageux de subdiviser ce système en deux sous-systèmes monovariables et associer à chaque local un régulateur indépendant ?

6. Un groupe électrogène, constitué d'un moteur diesel et d'une génératrice électrique, sert à alimenter en électricité une résidence lorsque le secteur public est en panne (fig. 14). Pour mettre le moteur en marche, une électrovalve ouvre le robinet de mazout et un démarreur (petit moteur électrique) tourne le volant du moteur et s'arrête une fois le moteur est lancé. Pour arrêter ce dernier, il suffit de fermer le robinet de mazout.

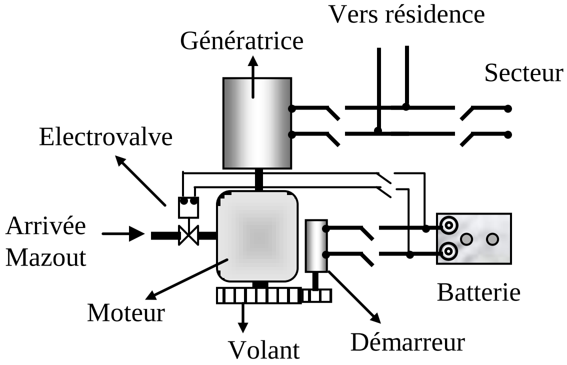

Fig. 14 Groupe électrogène

a) Par quelles étapes passe successivement le système et quelles sont les conditions de passage d'une étape à la suivante lorsque 1) le secteur tombe en panne, 2) lorsque le secteur est réparé (attention au court-circuit) ?
b) Qu'indique chacune des entrées de l'organe de commande et sur quel élément agit chacune de ses sorties ?
c) Ecrire sous forme binaire les valeurs des vecteurs d'entrée et de sortie de l'organe de commande à chaque étape.

7. Pour régler la vitesse d'un moteur diesel, il suffit de varier le débit du mélange mazout/air en tournant un disque, appelé papillon, monté à l'intérieur de la canalisation d'alimentation.

a) Pour une position fixée du papillon, quelles sont les principales causes de variation de la vitesse du moteur ?
b) En examinant la figure 15, montrer que, pour une position fixée de la vis de réglage, le papillon tourne dans le sens qui diminue la vitesse du moteur quand elle tend à augmenter et dans le sens qui l'augmente quand elle tend à diminuer (régulateur de Watt).
c) Définir l'entrée et la sortie de l'objet commandé.
d) Dans quel sens faut-il tourner la vis de réglage pour augmenter la vitesse à l'équilibre ?
e) De quoi le transmetteur est-il constitué ?
f) Pourquoi le moteur doit-il consommer plus de carburant au démarrage que lorsque sa vitesse se stabilise à la valeur désirée ?

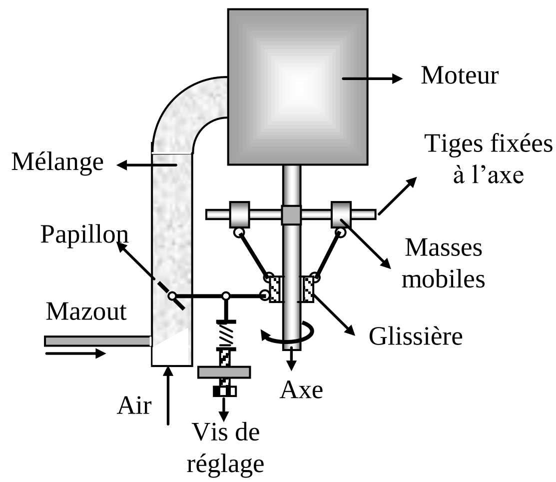

Fig. 15 Régulateur de vitesse d'un moteur

8. Un chasseur vise un gibier volant en gardant ses pieds fixes et sans plier les genoux. Définir pour ce système automatique les vecteurs d'entrée et de sortie de l'objet commandé ainsi que le vecteur de référence. Quels sont les organes humains qui interviennent dans ce système