AS4- SYSTÈMES SÉQUENTIELS

EXERCICE 4-1

1) Réaliser à l'aide de 4 portes NAND un loquet SR à marche prioritaire.

2) Montrer qu'en remplaçant dans le circuit de la figure 4-6a les portes NOR par des portes NAND, on obtient aussi un loquet à arrêt prioritaire mais en logique négative.

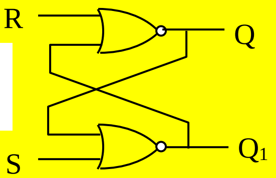
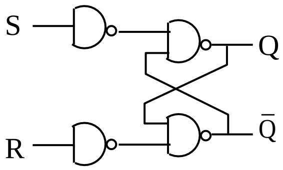


Fig. 4-6a Circuit NOR d'un loquet SR.

1) L'équation d'un loquet à marche prioritaire est

$$Q' = S + \bar{R}Q = \overline{\bar{S}.\overline{\bar{R}Q}}$$

d'où son circuit en portes NAND.



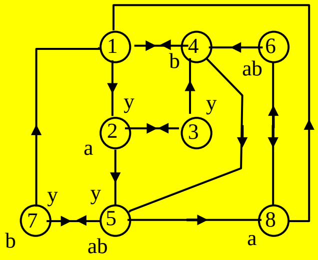
2) L'équation en logique négative du loquet à arrêt prioritaire s'obtient en complémentant les entrées et la sortie de son équation $Q' = \bar{R}(S+Q)$ qui devient

$$\bar{Q}' = R.(\bar{S}+\bar{Q}) = R.\overline{SQ} \Leftrightarrow Q' = \overline{R.\overline{SQ}}\,.$$

Cette équation se réalise en remplaçant dans le circuit 4-6a les portes NOR par des portes NAND et en permutant S et R.

EXERCICE 4-2

1) Dresser les matrices primitive et contractée et coder les états du graphe des phases suivant d'entrée (a, b) et de sorte y.



2) Examiner la condition d'adjacence et établir les équations de la commande.

3) Refaire le même problème en remplaçant la transition de 8 à 1 par la transition de 8 à 3.

1)

b

a

1	(1)	4		2
2	3		5	(2)
3	(3)	4		2
4	1	(4)	5	
5		7	(5)	8
6		4	(6)	8
7	1	(7)	5	
8	1		6	(8)

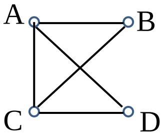
b

a

	(1)	(4)	5	2	A
	(3)	4	5	(2)	B
2	1	(7)	(5)	8	C
1	1	4	(6)	(8)	D

Matrice contractée

2) Deux groupes de la matrice contractée sont connectés si dans l'une de leurs colonnes il existe le même nombre dont l'un est stable (entre parenthèses). La figure ci-contre représente ces connexions et montre que A et C sont connectés mais leurs états (0, 0) et (1, 1) ne sont pas adjacents. Pour satisfaire la condition d'adjacence, on impose que la transition de la phase stable (7) de C à la phase stable (1) de A passe à travers la phase transitoire 1 de D. Ceci revient à suivre le chemin (1, 1) → (1, 0) → (0, 0). De même, la transition de la phase stable (4) de A à la phase stable (5) de C doit passer par la phase transitoire 5 de B. Ceci revient à suivre le chemin (0, 0). → (0, 1) → (1, 1).



Les tableaux de Karnaugh des composantes de l'état suivant, x'_i, i = 1, 2, sont obtenus à partir de la matrice contractée en remplaçant les numéros des phases par la valeur de la $i^{\text{ème}}$ composante de leur état stable. Mais, pour satisfaire la condition d'adjacence, on associe à la phase 1 de C l'état (1, 0) de la phase 1 de D et à la phase 5 de A, on lui associe l'état (0, 1) de la phase 5 de B.

a, b

0	0	0	0	A
0	0	1	0	B
1	1	1	1	C
0	0	1	1	D

x'_1

a, b

0	0	1	1	A
1	0	1	1	B
0	1	1	0	C
0	0	0	0	D

x'_2

Les équations de l'état suivant sont donc

$$x'_1 = abx_2 + (a + x_2)x_1,$$
$$x'_2 = a\overline{x}_1 + (\overline{b}\overline{x}_1 + bx_1 + ab)x_2.$$

- Le tableau de Karnaugh de la fonction de sortie y s'obtient en remplaçant par 1 les numéros de H_1 = {2, 3, 5, 7} qui sont dans la même ligne d'une phase stable de H_1 et par 0 les numéros de H_0 = {1, 4, 6, 8} qui sont dans la même ligne d'une phase stable de H_0. Les autres cases restent vides (indifférentes).

b, a

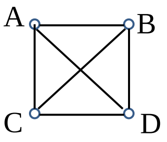
0	0		
1		1	1
	1	1	
0	0	0	0

⇒ $y = x_2$

3) Remplacer la transition 8→1 par 8→3 revient à remplacer dans la matrice contractée la phase transitoire 1 de D par 3. Cette matrice devient :

b, a

(1)	(4)	5	2	A
(3)	4	5	(2)	B
1	(7)	(5)	8	C
3	4	(6)	(8)	D



Le groupe D est maintenant connecté au groupe B et chaque groupe est connecté aux trois autres comme le montre la figure ci-contre. D'autre part, il n'existe plus un chemin de phases adjacentes qui amène le système de la phase stable (7) à la phase stable (1). Pour satisfaire la condition d'adjacence, la solution consiste à ajouter une variable d'état x_3 pour avoir 3 adjacences par état.

b, a

(1)	(4)	5	2	A
(3)	4	5	(2)	B
		5		
1	(7)	(5)	8	C
			8	
3				
3	4	(6)	(8)	D

On commence par associer aux groupes B, C et D des états adjacents à celui de A puis on connecte B à C, C à D et D à B par les suites de phases adjacentes :

{(2), 5, 5, (5)}, {(5), 8, 8, (8)} et {(8), 3, 3, (3)}.

En appliquant les règles donnant les tableaux de Karnaugh de l'état suivant et de la sortie, on obtient :

b, a

0	0	0	0	A
0	0	0	0	B
		0		
0	0	0	1	C
			1	
0				
1	0	1	1	D

x'_1

b, a

0	0	1	0	A
0	0	1	0	B
		1		
0	1	1	1	C
			0	
0				
0	0	0	0	D

x'_2

b, a

0	0	0	1	A
1	0	1	1	B
		0		
0	0	0	0	C
			0	
1				
1	0	0	0	D

x'_3

b, a

0	0			A
1		1	1	B/y
		1		
	1	1		C/y
	0	0	0	D

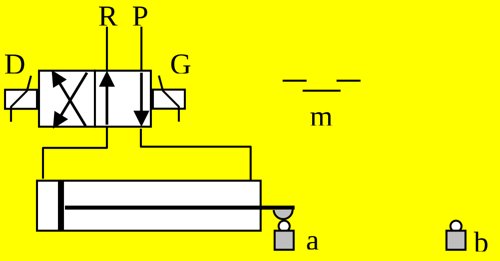
y

De ces tableaux on déduit les équations de l'état et de la sortie suivantes.

$$x_1' = a\bar{b}x_2 + \left(a + \bar{b}\right)x_1$$
$$x_1' = ab\bar{x}_1 + (a\bar{x}_1 + b)x_2$$
$$x_3' = (a\bar{x}_1\bar{x}_2 + \bar{a}x_2)b + \left(a\bar{x}_2 + \bar{b}\right)x_3$$
$$y = x_2 + x_3.$$

EXERCICE 4-3

Un vérin à double effet, comportant une came à l'extrémité de son axe, est alimenté à travers un distributeur bistable commandé par 2 électro-aimants D (droite) et G (gauche).



Au repos, la came actionne un bouton de fin de course a. Quand on appuie sur un bouton poussoir de marche m, le piston du vérin se déplace vers la droite jusqu'à l'arrivée de la came à un bouton b où il retourne vers a. Quand la came est en a, ce cycle ne sera exécuté que si l'on ferme m jusqu'à la libération de a. Une fois ce bouton libéré, le bouton m (fermé ou non) n'aura aucun effet sur le déroulement du cycle.

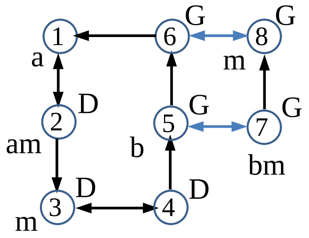
1) Représenter la réalisation électronique des circuits de commande et de puissance.

2) Si le vérin est commandé par pression d'air au lieu des électro-aimants, représenter la réalisation pneumatique du circuit de commande en utilisant comme mémoire la bascule pneumatique (ch2)

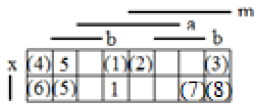
1) Diagramme des phases et matrice primitive

Le numéro de la phase de repos est 1.

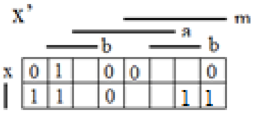
								m
						a		
			b				b	
1				(1)	2			
2				1	(2)			3
3	4							(3)
4	(4)	5						3
5	6	(5)					7	
6	(6)			1				8
7		5					(7)	8
8	6							(8)



Matrice contractée et tableaux des variables d'état et des sorties

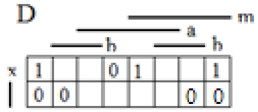


								m
							a	
			b					b
x	(4)	5		(1)	(2)			(3)
|	(6)	(5)		1			(7)	(8)



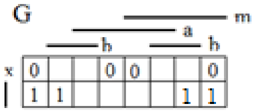
x'

								m
							a	
			b					b
x	0	1		0	0			0
|	1	1		0			1	1



D

								m
							a	
			b					b
x	1			0	1			1
|	0	0					0	0



G

								m
							a	
			b					b
x	0			0	0			0
|	1	1					1	1

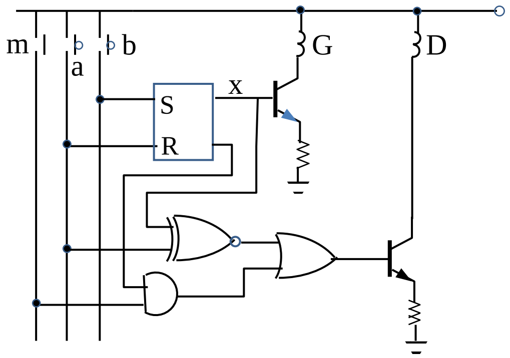
On déduit de ces tableaux les équations suivantes.

$$x' = b + \bar{a}x,$$
$$D = m\bar{x} + \bar{a}.\bar{x} = (m + \bar{a})\bar{x},$$
$$G = x.$$

En associant à l'état la valeur 1 quand le piston se déplace vers la gauche, la mémoire se met en marche quand la came arrive à b et s'arrête quand elle arrive à a. Le piston se déplace vers la droite lorsqu'il ne se déplace pas vers la gauche et quand on pousse sur m ou quand a est libre.

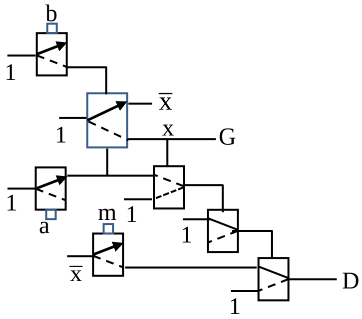
2) Circuit de commande électronique

Sachant que $\bar{a}.\bar{x} = \overline{a + x}$ et en employant un loquet SR, le circuit est le suivant.



3) Circuit de commande pneumatique

On emploie pour ce circuit une bascule et des cellules à tiroir.

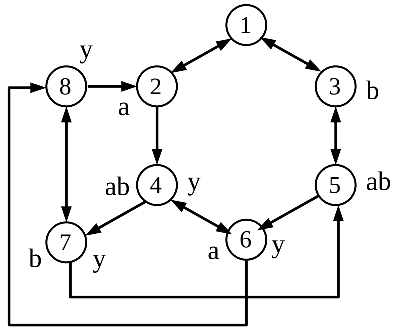


EXERCICE 4-4

Construire un circuit logique à 2 entrées a et b et une sortie y vérifiant les conditions suivantes :

- y passe de 0 à 1 seulement quand b change de valeur en un instant où a = 1,
- y passe de 1 à 0 seulement quand a passe de 0 à 1 (a et b ne changent jamais au même instant)

Diagramme des phases



Matrices primitive et contractée

b

~~a~~

1	(1)	3		2	
2	1		4	(2)	
3	1	(3)	5		
4		7	(4)	6	y
5		3	(5)	6	
6	8		4	(6)	y
7	8	(7)	5		y
8	(8)	7		2	y

b

a

	(1)	3	4	(2)	A
	1	(3)	(5)	6	B
2	8	7	(4)	(6)	C
1	(8)	(7)	5	2	D

En examinant la matrice contractée (ou le diagramme), on constate que chaque groupe est connecté aux 3 autres : A à B par 3 et 1, à C par 4 et à D par 2. B à C par 6 et à D par 5. C à D par 7 et 8. D'autre part, il n'existe pas une suite de phases adjacentes qui joint la phase transitoire 4 de A à la phase stable (4) de C ni une suite de phases adjacentes qui joint la phase transitoire 5 de D à la phase stable (5) de B.

Pour créer ces chemins, on ajoute une nouvelle variable d'état x_3 ce qui double le nombre des lignes et permet d'exploiter les nouvelles cases vides pour joindre les groupes par des suites de phases adjacentes. Le tableau ci-contre est obtenu en commençant par associer aux groupes B, C et D des états adjacents à celui de A puis par joindre B à C, C à D et D à B par des suites de phases adjacentes, {6}, {7}, {8} et {5}.

a

b

x_3	(1)	3	4	(2)	A
	1	(3)	(5)	6	B
				6	
	8	7	(4)	(6)	C
	8	7			
x_2			5		
x_3	(8)	(7)	5	2	D

x_1

Une phase stable conserve son état mais l'état suivant d'une phase transitoire doit être égal à l'état de la phase qui la suit dans la suite.

D'autre part, en désignant par H_0 = {1, 2, 3, 5} l'ensemble des phases où y = 0 et par H_1 = {4, 6, 7, 8} l'ensemble des phases où y = 1, on associe à y la valeur k = 0 ou 1 dans une phase de H_k se trouvant dans la ligne d'une phase stable de cet ensemble. Les autres cases restent vides (indifférentes).

En appliquant ces règles, on aboutit aux tableaux de l'état suivant et de la sortie.

x'_1

a

b

x_3	0	0	0	0	A
	0	0	0	0	B
				0	
	1	1	0	0	C
	1	1			
x_2			0		
x_3	1	1	1	0	D

x_1

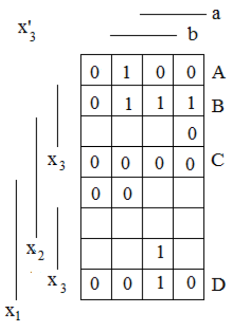
x'_2

a

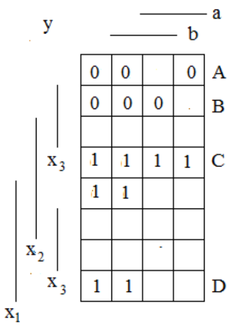
b

x_3	0	0	1	0	A
	0	0	0	1	B
				1	
	1	1	1	1	C
	0	0			
x_2			0		
x_3	0	0	0	0	D

x_1



0	1	0	0	A
0	1	1	1	B
			0	
0	0	0	0	C
0	0			
		1		
0	0	1	0	D



0	0		0	A
0	0	0		B
1	1	1	1	C
1	1			
1	1			D

Les équations de l'état suivant et de la sortie sont donc

$x'_1 = \bar{a}x_2 + (\bar{a} + b\bar{x}_3)x_1,$

$x'_2 = a\left(b\bar{x}_1\bar{x}_3 + \bar{b}x_3\right) + \bar{x}_1x_2,$

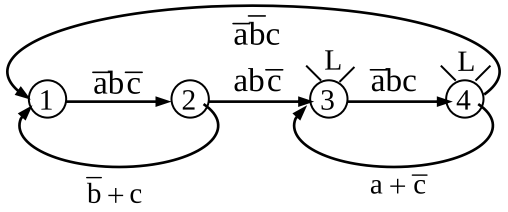
$x'_3 = \bar{a}b\bar{x}_1\bar{x}_2 + abx_1 + (b + a\bar{x}_2)x_3.$

$y = x_2 + x_1.$

EXERCICE 4-5

On dispose de 3 boutons a, b et c et d'une lampe L. Cette lampe ne s'allume que lorsqu'on ferme a en un moment où seul b est fermé et elle ne s'éteint que lorsqu'on ouvre b en un moment où seul a est ouvert. Établir par la méthode des étapes les équations de commande de la lampe.

Soit 1 l'étape où la lampe est éteinte et attend que b soit le seul bouton fermé. Quand cette condition, $\bar{a}b\bar{c} = 1$, se réalise, le système passe à une étape 2 et attend la fermeture de a avant que b s'ouvre ou c se ferme pour passer à une étape 3 où il allume la lampe. Si l'un des boutons b ou c change d'état avant a c.à.d. si $\bar{b} + c = 1$ avant que a = 1, le système retourne à l'étape 1 pour attendre de nouveau que b soit le seul fermé. À l'étape 3, le système attend la réalisation de $\bar{a}bc = 1$ pour passer à une étape 4 où il attend la réalisation de $\bar{a}\bar{b}c = 1$ avant $a + \bar{c} = 1$ pour éteindre la lampe et retourner à l'étape 1. Le diagramme des étapes est alors le suivant.



Entrées propres et réceptivités

Comme dans une étape quelconque les trois entrées sont variables, $Q_i = 1\ \forall i$. D'où $P_i = \bar{K}_i$ et $R_{ij} = K_{ij}$ et les colonnes de $\bar{K}_i$ et de K_{ij} ne sont pas utiles. D'autre part, comme $P_1R_{23} \neq 0$, $P_1P_3 \neq 0$, $P_1P_4 \neq 0$, l'étape 1 n'est similaire ni à 2, ni à 3, ni à 4. De même, comme $P_2P_3 \neq 0$, $P_2R_{43} \neq 0$, 2 n'est similaire ni à 3 ni à 4. Enfin, comme $P_3R_{41} \neq 0$, 3 n'est pas similaire à 4. Par conséquent, les états des 4 étapes doivent être différents.

i	Q_i	P_i	R_{ij}	S_i
1	1	$a + \bar{b} + c$	$\bar{a}b\bar{c} \rightarrow 2$	
2	1	$\bar{a}b\bar{c}$	$\bar{b} + c \rightarrow 1$ $ab\bar{c} \rightarrow 3$	
3	1	$a + \bar{b} + \bar{c}$	$\bar{a}bc \rightarrow 4$	L
4	1	$\bar{a}bc$	$a + \bar{c} \rightarrow 3$ $\bar{a}\bar{b}c \rightarrow 1$	L

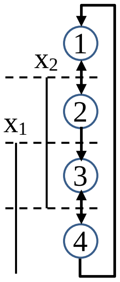
Les résultats précédents peuvent être directement déduits du tableau du graphe des étapes. Les entrées propres à une étapes correspondent aux numéros entre parenthèses de cette étape. Deux étapes sont fusionnables (similaires) si les numéros dans chacune de leurs colonnes sont égaux.

a
b
c c

1	(1)	(1)	(1)	2	(1)	(1)	(1)	(1)
2	1	1	1	(2)	3	1	1	1
3	(3)	(3)	4	(3)	(3)	(3)	(3)	(3)
4	3	1	(4)	3	3	3	3	3

Codage des états.

Il est nécessaire d'associer des états adjacents à deux étapes connectées. Le diagramme ci-dessus montre que l'étape 1 est connectée à 2 et 4 mais 2 n'est pas connectée à 4 et 1 n'est pas connectée à 3. La figure ci-contre montre un codage d'états qui vérifie la condition d'adjacence et qui montre les transitions entre les étapes.



Équations d’état et de sortie

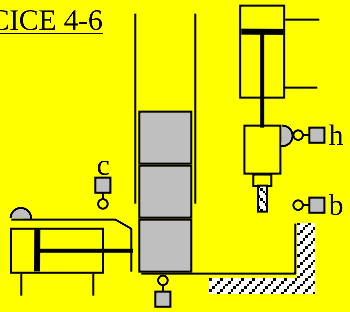
La figure précédente montre que la mémoire x_1 s’active par la réceptivité R_{23} quand l’état du système est celui de 2 ou de 3 et elle se désactive par la réceptivité R_{41} quand l’état du système est celui de 4 ou de 1 ($\bar{x}_2$). D’oû

$$x_1' = S + \bar{R}x_1 = ab\bar{c}x_2 + \overline{\bar{a}\bar{b}c.\bar{x}_2}x_1.$$

La mémoire x_2 s’active par R_{12} quand l’état est celui de 1-2 ou par R_{43} quand l’état est celui de 4-3 et elle se désactive par R_{21} quand l’état est celui de 2-1 ou par R_{34} quand l’état est celui de 3-4. D’où

$$x_2' = [\bar{a}b\bar{c}.\bar{x}_1 + (a+\bar{c})x_1] + [\overline{(\bar{b}+c)\bar{x}_1 + \bar{a}bc.x_1}]x_2.$$

EXERCICE 4-6



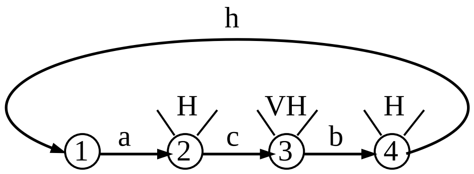
Les boutons h, a, c et b de la perceuse représentée par la figure, indiquent respectivement
- la disponibilité de recevoir une nouvelle pièce,
- la présence d’une pièce devant le vérin horizontal,
- le serrage de la pièce sous la perceuse.
- la fin de perçage d’une pièce.

Chacun des vérins est commandé par un distributeur monostable à 2 positions muni d’une bobine et d’un ressort de rappel.

Construire par la méthode des étapes le plus simple circuit électronique de commande qui permet de percer l’une après l’autre les pièces contenues dans la goulotte.

Diagramme des étapes

Le vérin horizontal H avance vers la droite si a = 1 (présence d’une pièce) (c = 0 ⇒ h = 1, perceuse en haut). Le vérin vertical V descend si c = 1 (pièce serrée) et remonte quand b = 1 (pièce percée). Enfin, H recule quand h = 1 et attend la présence d’une nouvelle pièce.



Entrées propres et réceptivités

Sachant que $hb = 0$ et $h\bar{b} = h$, le tableau donnant les entrées propres et les réceptivités est le suivant.

i	Q_i	K_{ij}	$\bar{K}_i$	P_i	R_{ij}	S_i
1	$h\bar{c}$	a→2	$\bar{a}$	$\bar{a}h\bar{c}$	$ah\bar{c} \to 2$	
2	h	c→3	$\bar{c}$	$h\bar{c}$	$hc \to 3$	H
3	$\bar{a}c$	b→4	$\bar{b}$	$\bar{a}c\bar{b}$	$\bar{a}cb \to 4$	VH
4	$\bar{a}c$	h→1	$\bar{h}$	$\bar{a}\bar{h}c$	$\bar{a}hc \to 1$	H

L’étape 1 est similaire à 3 et 4 car $Q_1Q_3 = Q_1Q_4 = 0$ mais 1 n’est pas similaire à 2 car $P_1P_2 \neq 0$.
2 est similaire à 3 car $P_2P_3 = P_2R_{34} = R_{23}R_{34} = 0$ (bh = 0) mais elle n’est pas similaire à 4 car $R_{23}R_{41} \neq 0$.
3 n’est pas similaire à 4 car $P_3P_4 \neq 0$.
On peut donc associer à 1 et 4 l’état x = 0 et à 2 et 3 l’état x = 1.

.

Équations de l’état et de la sortie.

x s’active par R_{12} et se désactive par R_{34} ($x + \bar{x} = 1$). Donc

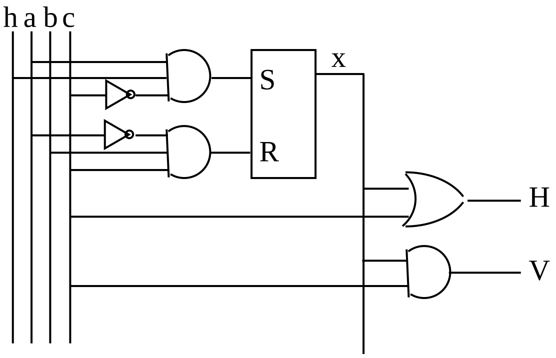
$$x' = ah\bar{c} + (\overline{\bar{a}bc})x.$$

H = 1 si x = 1 ou si (x = 0 et c = 1). V = 1 si x = 1 et c = 1. D’où

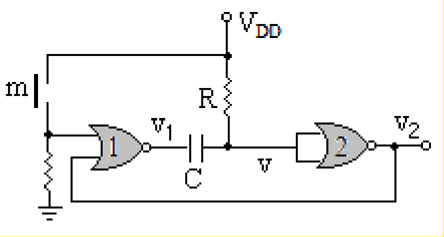
$$H = x + c\bar{x} = x + c,$$

$$V = cx.$$

Circuit de commande.



EXERCICE 4-7



La figure représente un multivibrateur à une impulsion (one-shot multivibrator) qui, en appuyant sur le bouton m pendant un temps t_0, produit à sa sortie v_2 une impulsion rectangulaire dont la durée T est indépendante de t_0. La tension de seuil des portes NOR est $V_{th} = V_{DD}/2$ et en supposant qu'à l'instant 0^- le courant à travers R est nul, représenter v_1, v et v_2 et déterminer T en fonction de R et C. Considérer les deux cas : $t_0 < T$ et $t_0 > T$.

À l'instant 0^- (juste avant d'appuyer sur m), Le courant à travers R (et C) étant nul, $v(0^-) = V_{DD}$ d'où $v_2(0^-) = 0$ volt et comme la deuxième entrée de la porte 1 est aussi nulle, $v_1(0^-) = V_{DD}$ d'oû la capacité est vide. À l'instant 0 quand m se ferme, l'une des entrées de la porte 1 devenant V_{DD}, sa sortie se connecte à la masse, $v_1(0) = 0$ volt, et comme en cet instant la capacité est vide, v (0) chute aussi à 0 volt et $v_2(0)$ monte à V_{DD} ce qui contraint v_1 à conserver la valeur 0 même si m s'ouvre. v_2 conserve sa valeur 1 (et v_1 sa valeur 0) tant que $v < V_{th}$. Or, en posant $\tau = RC$, v varie selon l'équation

$$C\frac{dv}{dt}=\frac{V_{DD}-v}{R} \quad \text{ou} \quad \tau\frac{dv}{dt}+v=V_{CC}. \qquad (1)$$

Sachant que $v(0) = 0$, la solution de cette équation est

$$v(t)=V_{DD}\left(1-e^{-t/\tau}\right). \qquad (2)$$

$v(t)$ arrive à $V_{th} = V_{DD}/2$ à l'instant T tel que

$$\mathrm{Ln}\left(1-\frac{V_{th}}{V_{DD}}\right)=-\frac{T}{\tau} \quad \text{ou} \quad T=\tau \mathrm{Ln}2.$$

À l'instant T, v_2 passe de V_{DD} à 0. Si m s'ouvre en un instant $t_0 < T$, v_1 passe de 0 à V_{DD} et la tension $v(T^-) = V_{rh}$ monte à $v(T) = V_{DD} + V_{th}$. En prenant T comme origine du temps c.à.d. en posant $t = t - T$, la solution de l'équation (1) devient :

$$v(t)=Ke^{-t/\tau}+V_{DD} \quad \text{avec } v(0)=V_{DD}+V_{th}$$

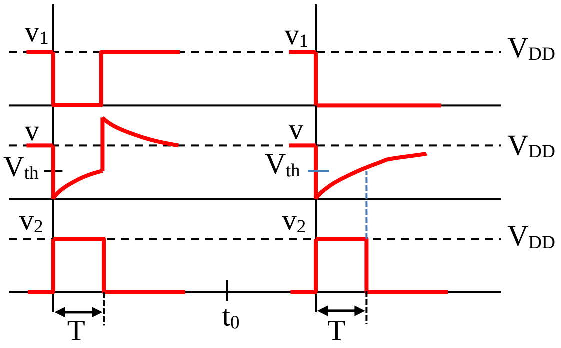
$$\text{d'où} \quad v(t)=V_{th}e^{-t/\tau}+V_{DD}.$$

$v(t)$ décroit de $V_{DD} + V_{th}$ à V_{DD}, la capacité se vide en livrant sa charge à la source et la tension de sortie v_2 conserve sa valeur 0 volt.

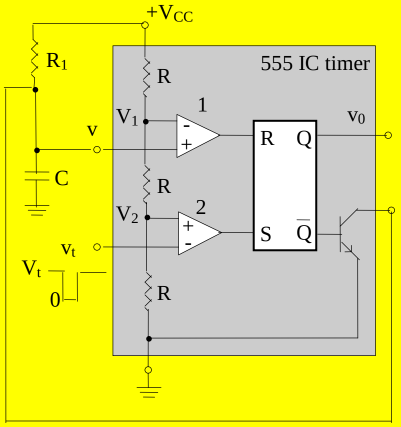
D'un autre côté, si $t_0 > T$, la sortie de la porte 1 reste connectée à la masse et $v(t)$ croit selon l'équation (2) pour tendre vers V_{DD} et v_2 conserve aussi sa valeur 0 volt.

On voit que dans les deux cas, le circuit ne livre à sa sortie qu'une seule impulsion de largeur T indépendante de t_0.

La figure suivante montre les variations de v_1, v et v_2 pour $t_0 < T$ et $t_0 > T$.



EXERCICE 4-8



Ce circuit est aussi un multivibrateur monostable qui peut être utilisé comme temporisateur. Au repos, l'entrée v_t de déclenchement (trigger input) est égale à $V_t > V_2$. Montrer que quand on annule v_t pendant un temps t_0, on obtient à la sortie v_0 une impulsion rectangulaire de durée T indépendante de t_0. Représenter les tensions v et v_0 et déterminer T en fonction de R et C. Considérer les deux cas : $t_0 < T$ et $t_0 > T$.

Avant l'impulsion de déclenchement, comme $v_t > v_2$, S .= 0. $\overline{Q}$ = 1 car si $\overline{Q}$ = 0, le transistor se bloque et la capacité se charge à travers R_1. En croissant pour tendre vers V_{CC} la tension v dépasse v_1 pour rendre R = 1 d'où Q = v_0 = 0 et $\overline{Q}$ = 1. Le transistor devient passant, la capacité se vide, R devient 0 et les sorties du loquet ne se modifient plus tant que $v_1 > v_2$.

Nous supposons donc qu'à l'instant 0^- (juste avant d'appliquer l'impulsion négative sur l'entrée «–» du comparateur 2), Q = v_0 = 0, $\overline{Q}$ = 1, la capacité est vide (v = 0) et R = 0. À l'instant 0 où v devient 0, S monte à 1 et comme R = 0, v_0 monte à 1 et $\overline{Q}$ devient 0. Le transistor se bloque et C se charge à travers R_1. La tension v croit selon l'équation

$$\tau\frac{dv}{dt}+v=V_{CC},\quad \tau=R_1C$$

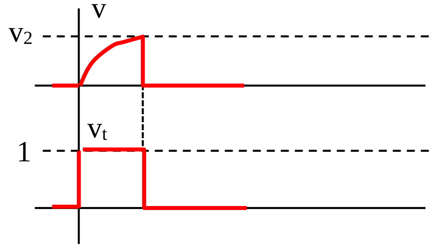
dont la solution est

$$v(t)=V_{CC}(1-e^{-t/\tau}).$$

Cette tension arrive à la valeur $V_1 = 2V_{CC}/3$ et rend R = 1 à l'instant

$$T=-\tau Ln\left(1-\frac{v_2}{V_{CC}}\right)=\tau Ln(3).$$

Pour avoir $t_0 < T$, on choisit R_1 et C tels que $\tau > t_0/Ln(3)$. Sous cette condition, $v_t(T) = V_t > V_2$ et S(T) = 0 et comme, à l'instant T, R(T) = 1, v_0 chute à 0 et $\overline{Q}$ monte à 1. Le transistor devient passant, C se vide presque instantanément, R prend comme S la valeur 0 et les sorties du loquet ne se modifient plus.



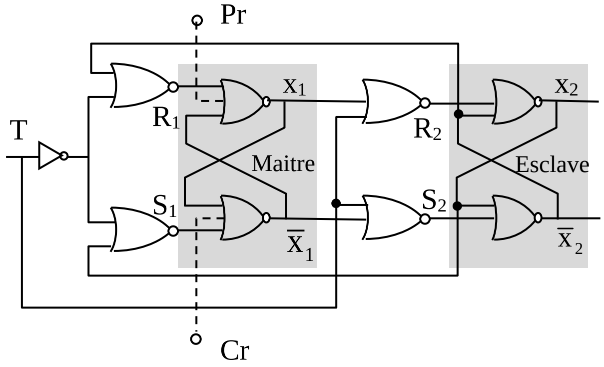
EXERCICE 4-9

Construire une bascule T munie des entrées Pr et Cr en n'utilisant que des portes NOR.

Les entrées S_1 et R_1 du loquet maître et les entrées S_2 et R_2 du loquet esclave d'une bascule T sont

$$\begin{cases} S_1 = T.\bar{x}_2 = \overline{\bar{T}+x_2} \\ R_1 = Tx_2 = \overline{\bar{T}+\bar{x}_2} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} S_2 = \bar{T}.x_1 = \overline{T+\bar{x}_1} \\ R_2 = \bar{T}\bar{x}_1 = \overline{T+x_1} \end{cases}$$

Tenant compte de la structure d'un loquet SR à arrêt prioritaire (le loquet maitre et le loquet esclave encadrés en gris), le circuit de la bascule T est le suivant.



1) $\underline{Pr = 0 \text{ et } Cr = 1}$ (durant $T = 0$)

$Cr = 1 \Rightarrow \bar{x}_1 = 0$ et $T = 0 \Rightarrow S_2 = 1$

$Pr = 0, R_1 = 0, \bar{x}_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 \Rightarrow R_2 = 0$

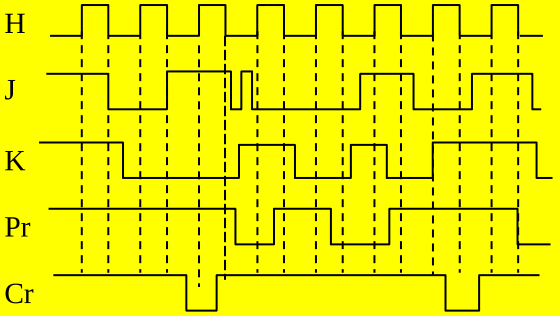
$S_2 = 1, R_2 = 0 \Rightarrow x_2 = 1$ et $\bar{x}_2 = 0$ (preset).

2) $\underline{Pr = 1 \text{ et } Cr = 0}$ (durant $T = 0$)

Par symétrie, $x_2 = 0$ et $\bar{x}_2 = 1$ (clear).

En fonctionnement normal, Pr = Cr = 0 mais Pr = Cr = 1 est interdit.

EXERCICE 4-10



La figure montre les signaux appliqués à une bascule JK à front descendant. Sachant qu'à l'instant initial la sortie Q = 0, représenter en fonction du temps la sortie x_1 du loquet maître ainsi que la sortie Q de la bascule. On néglige le temps de propagation à travers les SR.

Au front descendant de l'horloge H, rappelons que si Pr = Cr = 1, la nouvelle valeur Q' de Q = x_2 est donnée par le tableau ci-contre. À la descente de H à 0, la valeur de l'état x_1 du loquet maitre se transmet à la sortie x_2. En fonctionnement normal, x_1 maintient sa valeur durant H = 0 et x_2 maintient sa valeur durant H = 1. Par contre, Pr = 0 (resp. 1) et Cr = 1 (resp. 0), impose instantanément à x_1 la valeur 1 (resp. 0) et elle sera transmise à x_2 à la descente de H.

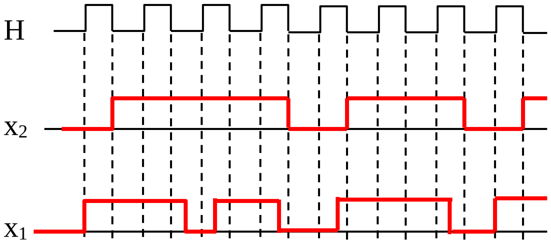
J

K

	0	0	1	1
Q	1	0	0	1

Q'

En appliquant ces règles tenant compte de l'histogramme on obtient les graphes suivants.



EXERCICE 4-11

1) Montrer que l'état suivant Q' d'une bascule JK est lié à l'état actuel Q et aux entrées J et K par la relation $Q' = \overline{Q}.J + Q.\overline{K}$. Est-il nécessaire d'ajouter à cette expression le terme de jonction $J.\overline{K}$?

2) On considère une lampe L, deux poussoirs a et b et une horloge H. Si a et b sont relâchés, la lampe s'éteint ; si a seul est actionné, elle s'allume ; si b seul est actionné, elle conserve son état précédent et si on agit à la fois sur a et b, son état change. Montrer que l'état suivant L' de la lampe est lié à son état actuel L et aux entrées a et b par une relation de la forme $L' = \overline{L}.f + L.g$ où f et g sont deux expressions logiques à déterminer. Construire le circuit de commande, synchronisé par l'horloge H, de la lampe.

1) La relation $Q' = \overline{Q}.J + Q.\overline{K}$ se déduit directement du tableau de la bascule JK ci-contre. Le terme de jonction $J.\overline{K}$ n'est pas nécessaire car Q' se stabilise durant H = 1 à la sortie du loquet maître avant de passer à la sortie du loquet esclave à la descente de H.

J

K

	0	0	1	1
x_2	1	0	0	1

x'_2

1) L'état suivant L' de la lampe est lié à son état actuel L et aux entrées a et b par le tableau ci-contre. De ce tableau, on déduit que

a

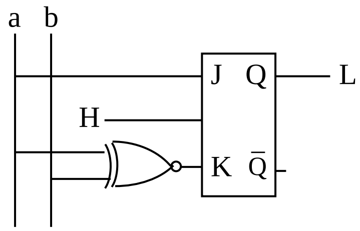
b

	0	0	1	1
L	0	1	0	1

L'

$$L' = \overline{L}a + L(a\overline{b} + \overline{a}b) = \overline{L}a + L(a \oplus b).$$

L est l'état d'une bascule JK avec J = a et K = a⊗b. Le circuit de commande est donc le suivant.



EXERCICE 4-12

Une lampe L s'allume ou reste allumée si aux 3 derniers fronts d'activation de l'horloge les valeurs d'un signal u sont alternées (010 ou 101).

1) Établir les équations de Mealy en prenant x_1 l'état d'une bascule JK, x_2 l'état d'une bascule D et x_3 l'état d'une bascule T.

2) Établir les équations de Moore avec 3 bascules JK.

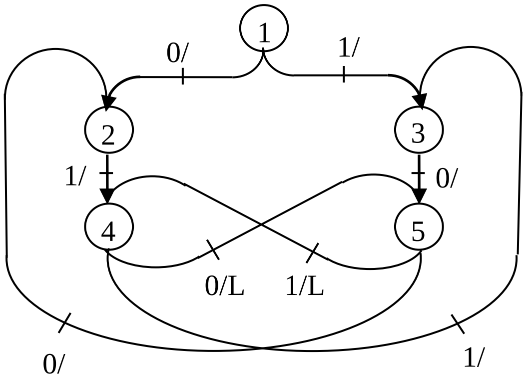
1) Le diagramme de Mealy de ce système est représenté ci-dessous. Il faut 3 variables d'état pour coder les 5 étapes de ce système. Le tableau suivant donne le codage des états associés aux étapes.

x_2

x_3

	1	2	5	
x_1		4	3	

Ce codage n’est pas obligatoire mais il simplifie les expressions de variables d’état. Dans ce codage, nous avons essayé, autant que possible, d’associer des états adjacents à deux étapes à partir desquelles le système se dirige vers une même troisième étape k pour une même entrée u ou vers lesquelles se dirige le système à partir d’une même troisième k pour deux entrées adjacentes u^1 et u^2. Par exemple, les étapes 2 et 5 sont adjacents car, pour la même entrée u = 1, le système se dirige de ces étapes vers l’étape 4. Les étapes 2 et 4 sont adjacents car de l’étape 5 le système se dirige vers 2 quand u = 0 et vers 4 quand u = 1 qui est adjacent à 0.



La règle pour qu’une variable d’état passe de l’état actuel 0 à l’état suivant 1 ou l’inverse est donnée par le tableau suivant.

Q → Q’	D	T	(J, K)
0 → 0	0	0	(0, –)
0 → 1	1	1	(1, –)
1 → 0	0	1	(–, 1)
1 → 1	1	0	(–, 0)

D’après le diagramme de Mealy et son tableau de codage, l’entrée u = 0 appliquée à l’étape 1 d’état (0, 0, 0) conduit le système vers l’étape 2 d’état (0, 0, 1) et produit la sortie L = 0. Dans la case d’entrée u = 0 et d’état (0, 0, 0) on associe, d’après la règle ci-dessus, la valeur 0 à J, un trait à K, la valeur 0 à D, la valeur 1 à T et la valeur 0 à L On procède ainsi pour les autres cases.

J		$\overline{\text{u}}$	
	0	1	1
x_3	0	1	2
	0	1	5
x_2	–	–	3
x_3	–	–	4
x_1			

K		$\overline{\text{u}}$	
	–	–	1
x_3	–	–	2
	–	–	5
x_2	1	0	3
x_3	1	0	4
x_1			

T		$\overline{\text{u}}$	
	1	1	1
x_3	0	0	2
	0	0	5
x_2	0	0	3
x_3	0	0	4
x_1			

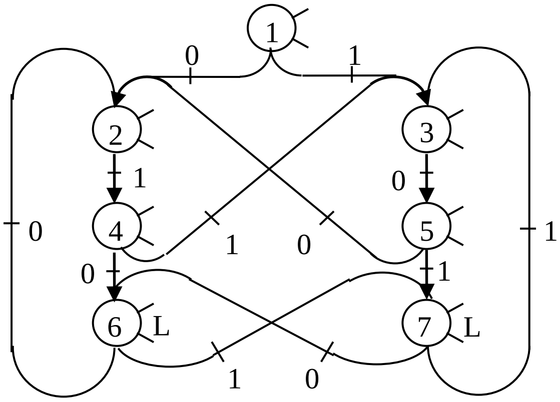
D		$\overline{\text{u}}$	
	0	1	1
x_3	0	0	2
	0	0	5
x_2	1	1	3
x_3	1	1	4
x_1			

L		$\overline{\text{u}}$	
	0	0	1
x_3	0	0	2
	0	1	5
x_2	0	0	3
x_3	1	0	4
x_1			

On déduit de ces tableaux les équations suivantes.

$$J = u, \quad K = \overline{u},$$
$$D = x_2 + u\overline{x}_3,$$
$$T = \overline{x}_3,$$
$$L = u\overline{x}_1 x_2 + \overline{u} x_1 \overline{x}_2$$

2) Le diagramme de Moore est le suivant.



On code les états des étapes par le tableau suivant qui répond autant que possible aux règles de codage de deux étapes connectées à une même troisième.

				x_3	x_2
	1	5	6	2	
x_1	4		3	7	

Les tableaux des 3 variables d'état produits par des bascules JK et le tableau de la sortie sont les suivants.

J_1

		u	
	0	1	1
x_3	0	1	5
	0	1	6
	0	1	2
	–	–	7
x_2	–	–	3
x_3			
x_1	–	–	4

K_1

		u	
	–	–	1
x_3	–	–	5
	–	–	6
	–	–	2
	1	0	7
x_2	1	0	3
x_3			
x_1	1	0	4

J_2

		u	
	1	1	1
x_3	1	1	5
	–	–	6
	–	–	2
	–	–	7
x_2	–	–	3
x_3			
x_1	1	1	4

K_2

		u	
	–	–	1
x_3	–	–	5
	0	0	6
	0	1	2
	0	0	7
x_2	1	0	3
x_3			
x_1	–	–	4

J_3

		u	
	0	1	1
x_3	–	–	5
	–	–	6
	0	0	2
	1	1	7
x_2	–	–	3
x_3			
x_1	1	1	4

K_3

		u	
	–	–	1
x_3	1	1	5
	1	1	6
	–	–	2
	–	–	7
x_2	0	0	3
x_3			
x_1	–	–	4

L

	0	1
x_3	0	5
	1	6
	0	2
	1	7
x_2	0	3
x_3		
x_1	0	4

On déduit de ces tableaux les équations suivantes.

$$J_1 = u, \quad K_1 = \bar{u},$$

$$J_2 = 1, \quad K_2 = \bar{u}x_1x_3 + \overline{\bar{u} + x_1 + x_3},$$

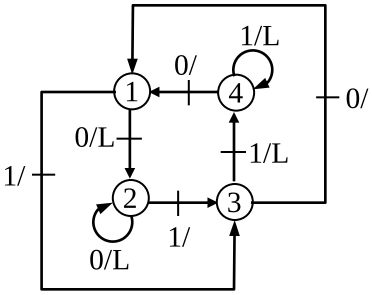
$$J_3 =, \quad K_3 = x_1 + u\bar{x}$$

$$L = \bar{x}_1x_2x_3 + x_1x_2\bar{x}_3 = x_2(x_1 \oplus x_3).$$

<u>EXERCICE 4-13</u>
Une lampe s'allume ou reste allumée si aux 2 derniers fronts d'activation les valeurs d'un signal binaire u sont égales. Construire en bascules D le circuit de commande a) en machine de Mealy b) Justifier le résultat par arguments directs.

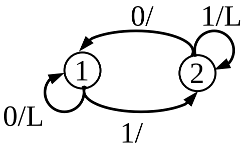
1) <u>Machine de Mealy</u>

<u>Diagramme des étapes et leur codage</u>



		x_3
	1	2
x_1	4	3

Remarquer que les étapes 1 et 2 sont similaires car la même entrée les amène vers la même étape 3. De même 3 et 4 sont similaires. On peut donc réduire le diagramme et le tableau précédents aux suivants.



	x
1	2

<u>Tableaux de l'état et de la sortie</u>.

D

		u	
	0	1	1
x	0	1	2

L

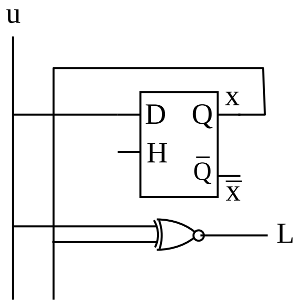
		u	
	1	0	1
x	0	1	2

<u>Équations</u>

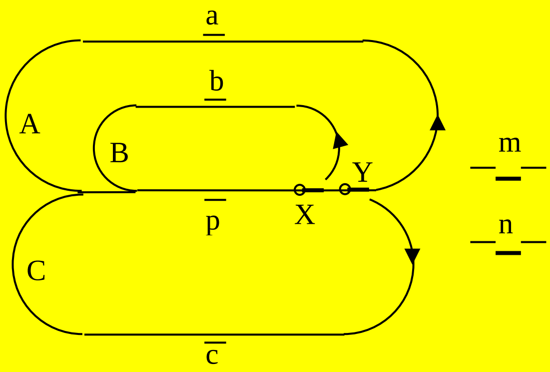
$$D = u, \quad L = \bar{u}.\bar{x} + ux = u \otimes x.$$

Ce résultat se justifie par le fait que x est la valeur précédente de u. Donc la lampe s’allume si x = u.

Circuit

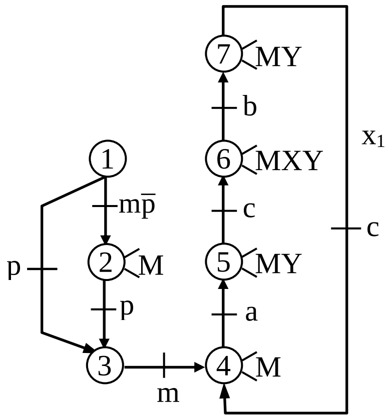


EXERCICE 4-14



Selon la position des deux aiguillages X et Y activés par des électro-aimants, un train miniature suit l’une des boucles A, B ou C en poussant à son passage les contacts a, b, c et p. Quelle que soit sa position initiale, le train démarre par impulsion sur m et s’arrête en p au premier passage. Par une autre impulsion sur m, le train décrit les boucles dans l’ordre suivant : A, C, B, C, A, C, B, C, …. Il s’immobilise dès que n est actionné. En supposant que la durée d’action sur un contact est supérieure à la période d’un signal d’horloge H, construire en bascules JK le circuit de commande de ce système.

Ce système a 6 entrées m, n, a, b, c, et p et trois sorties, le moteur M du train et les électroaimants X et Y. Pour X = Y = 0, le train parcourt la boucle A, Pour X = 0 et Y = 1, il parcourt la boucle C et pour X = 1 et Y = 0 ou 1 la boucle B. D’autre part, quand n = 1, les sorties ainsi que les variables d’état s’annulent par l’entrée Cr des JK. Pour n = 0, le diagramme suivant décrit le fonctionnement du système. et le tableau le codage de ses étapes.



			x_2	x_2
		x_3	x_3	
	1	5	4	3
x_1	2	6	7	

La variable x_1 passe de 0 à 1 durant la transition 1 à 2 ou la transition 5 à 6. Elle passe de 1 à 0 durant la transition 7 à 4. La transition 1-2 se réalise quand m est actionné hors du contact p à l’étape 1 jusqu’à l’arrivée à l’étape 2 c.à.d. quand $m\bar{p}.\bar{x}_2\bar{x}_3 = 1$. La transition 5-6 se réalise quand $c\bar{x}_2x_3 = 1$ et la transition 7-4 se réalise quand $cx_2x_3 = 1$. Les entrées de la bascule JK de x_1 sont donc

$$J_1 = \bar{x}_2(m\bar{p}.\bar{x}_3 + cx_3), \quad K_1 = cx_2x_3.$$

À remarquer que $J_1 = 1 \Rightarrow K_1 = 0$ et que $K_1 = 1 \Rightarrow J_1 = 0$ mais évidemment $K_1 \neq \bar{J}_1$ puisque ces deux entrées peuvent s’annuler en même temps.

De même x_2 passe de 0 à 1 durant la transition 1-3 ou la transition 6-7 et passe de 1 à 0 durant la transition 4-5. D’où

$$J_2 = \bar{x}_1\bar{x}_3p + x_1x_3b, \quad K_2 = \bar{x}_1x_3a.$$

Quand la variable x_3 prend la valeur 1 durant la transition 3-4, il ne revient plus à 0 car ses étapes 4, 5, 6 et 7 sont celles où le train circule indéfiniment tant que n = 0. D’où

$$J_3 = \bar{x}_1x_2m, \quad K_3 = 0.$$

Enfin, d’après le diagramme, la sortie M = 1 durant les étapes 2, 4, 5, 6, et 7, la sortie X = 1 durant l’étape 6 et la sortie Y = 1 durant les étapes 5, 6 et 7. D’où

$$M = x_3 + x_1\bar{x}_2, \quad X = x_1\bar{x}_2x_3, \quad Y = x_1x_2 + \bar{x}_2x_3.$$

Il est maintenant facile de construire le circuit de commande.

EXERCICE 4-15
Peut-on simplifier le diagramme d'étapes ci-dessous

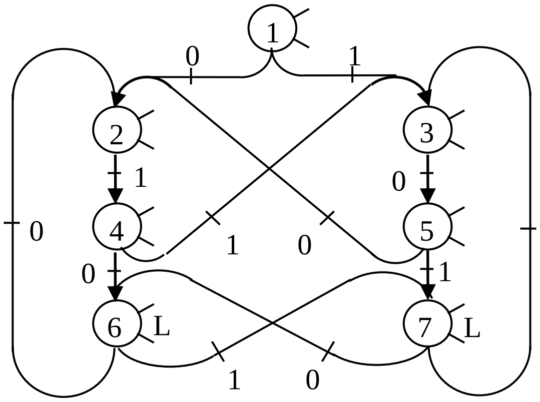


Tableau des transitions

Tableau 1

Étapes		u	Sorties
1	2	3	0
2	2	4	0
3	5	3	0
4	6	3	0
5	2	7	0
6	2	7	L
7	6	3	L

Deux étapes sont équivalentes et peuvent se fusionnées en une seule si la même suite d'entrées appliquée à chaque étape produit la même suite de sorties. Le tableau ci-dessous donne pour chaque étape du système sa sortie et l'étape vers lequel il se dirige pour une entrée donnée (voir diagramme). Commençons par partager les étapes en des classes dans chacune d'elles les étapes ont la même sortie.

Partition initiale
P_0 : (C_1, C_2)
C_1 = {1, 2, 3, 4, 5},
C_2 = {6, 7}.
Tenant compte du tableau ci-dessus, les tableaux suivants donnent pour chaque étape de C_1 et de C_2 le numéro de la classe de la partition P_0 vers laquelle se dirige le système.

		$\overline{u}$
1	1	1
2	1	1
3	1	1
4	2	1
5	1	2

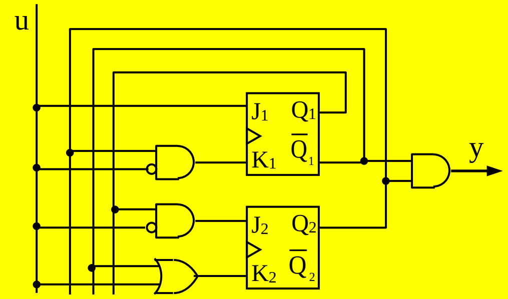
		$\overline{u}$
6	1	2
7	2	1

On voit que les étapes 4 et 5 se distinguent entre elles et des autres étapes de C_1. Pour u = 0, de l'étape 4 le système se dirige vers la classe C_2 tandis que des autres étapes de C_1 il reste dans C_1. Pour u = 1, de l'étape 5 le système se dirige vers la classe C_2 tandis que des autres étapes de C_1 il reste dans C_1. Ainsi, les étapes 4 et 5 doivent se séparer des étapes 1, 2 et 3 et pour les mêmes raisons les étapes 6 et 7 doivent se séparer ce qui conduit à une nouvelle partition
P_1 = (C_1, C_2, C_3, C_4, C_5)
C_1 = {1, 2, 3},
C_2 = {4}, C_3 = {5}, C_4 = {6}, C_2 = {7}.
Voyons maintenant si les étapes de la nouvelle classe C_1 peuvent se fusionner. De nouveau, tenant compte du tableau 1, le tableau ci-contre donne pour chaque étape de C_1 et chaque entrée le numéro de la classe de P_1 vers laquelle se dirige le système. On voit qu'aucune étape de C_1 ne peut se fusionner avec une autre. Ainsi toutes les étapes du système sont distinguables et le diagramme ne peut pas se simplifier.

		$\overline{u}$
1	1	1
2	1	2
3	3	1

AUTRES EXERCICES ET COMPLÉMENTS

4-16 Représenter le diagramme de Moore du circuit suivant et déduire son comportement.



Posons $Q_1 = x_1$ et $Q_2 = x_2$ les sorties des bascules JK. De leur table de vérité, on a :

$$Q' = J\bar{Q} + \bar{K}Q$$

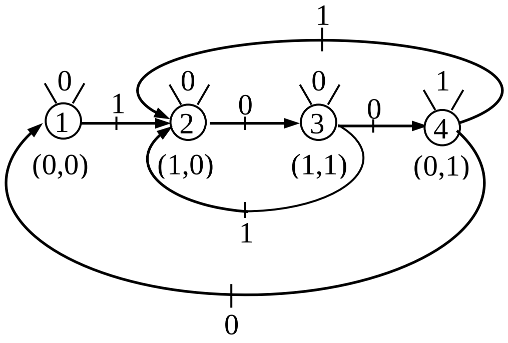
et tenant compte du circuit, on déduit que

$$x_1' = u\bar{x}_1 + \overline{\bar{u}x_2}x_1 = u + \bar{x}_2x_1,$$
$$x_2' = \bar{u}x_1\bar{x}_2 + \bar{u}x_1x_2 = \bar{u}x_1,$$
$$y = \bar{x}_1x_2.$$

(x_1, x_2) est l'état de l'étape actuel, y sa réponse et (x_1', x_2') l'état de l'étape suivante. Associons à l'étape initiale (1) l'état (0, 0). La sortie durant cette étape est $y = \bar{0}.0 = 0$. En appliquant durant cette étape l'entrée u = 0, l'étape suivante aura pour composantes $x_1' = 0 + \bar{0}.0 = 0$, $x_2' = \bar{0}.0 = 0$, d'où le système ne quitte pas l'étape initiale. Par contre, en appliquant u = 1, on obtient :

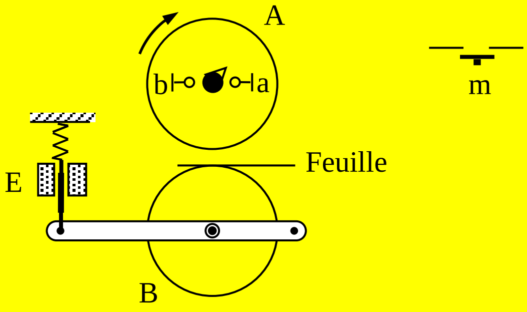
$$x_1' = 1 + \bar{0}.0 = 1, \quad x_2' = \bar{0}.0 = 0$$

d'où le système passe à une nouvelle étape (2) d'état (1, 0) et de sortie y = 0. En continuant de la sorte on arrive au diagramme suivant.



La sortie y ne prend la valeur 1 que durant une période de l'horloge et pour qu'elle revienne à 1 dans une autre période il faut que les 3 dernières valeurs de u soient successivement 1, 0, 0.

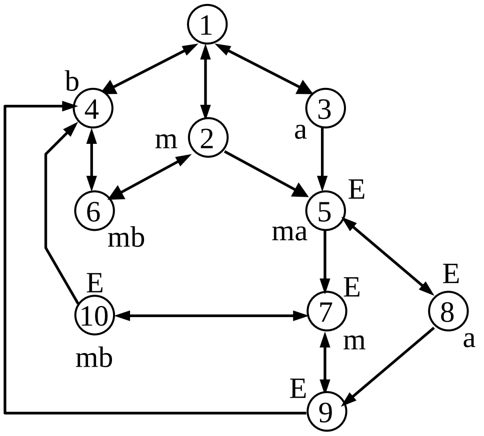
4-18 La figure représente un mécanisme d'impression. Le rouleau A comporte sur une moitié de sa périphérie le texte à imprimer et tourne en permanence. Quand le bouton m est actionné et la came pousse le bouton a, l'électro-aimant E soulève le rouleau B par l'intermédiaire d'un levier et l'impression s'effectue jusqu'à l'arrivée de la came en b mais si l'action sur m est maintenue en ce moment E reste activé. L'impression se répète à chaque passage de la came par a Quand m est relâché l'électro-aimant reste activé jusqu'à b mais le passage de la came par a ne l'active plus.



Construire pour ce système un circuit de commande asynchrone par la méthode d'Huffman.

Diagramme des phases

Une phase du fonctionnement se définit par les entrées et les sorties activées durant cette phase. À a phase 1, la came est entre a et b vers le haut ou vers le bas et le poussoir m est relâché.



Matrice primitive.

Le diagramme des phases se traduit par la matrice suivante où une ligne correspond à une phase et une colonne à une entrée. Dans la case d'intersection entre la ligne d'une phase i et la colonne d'une entrée u on écrit le numéro de la phase vers laquelle se dirige le système. Si cette phase est i elle-même on la met entre parenthèses pour dire qu'elle est stable.

								m	
						a			
		b					b		
1	(1)	4		3				2	
2	1				5		6	(2)	
3	1			(3)	5				
4	1	(4)					6		
5				8	(5)			7	E
6		4					(6)	2	
7	9						10	(7)	E
8	9			(8)	5				E
9	(9)	4						7	E
10		4					(10)	7	E

Matrice contractée

Deux phases peuvent avoir le même état x et se fusionnent dans un même groupe si elles n'ont pas deux numéros différents dans aucune de leurs colonnes. Par ce fusionnement, on obtient 2 groupes A et B représentés par le tableau ci-dessous. Étant codés par des états adjacents 0 et 1, la condition d'adjacence ne se pose pas.

								m	
						a			
		b					b		
	(1)	(4)		(3)	5		(6)	(2)	A
x	(9)	4		(8)	(5)		(10)	(7)	B

Tableaux définissant l'état suivant et la sortie

L'état suivant est celui de la phase vers laquelle se dirige le système. Dans le tableau de l'état suivant x', on remplace chaque numéro de la matrice contractée par la valeur de l'état de la phase stable ayant entre parenthèses le même numéro.

								m
						a		
		b					b	
	0	0		0	1		0	0
x	1	0			1		1	1

x′

Le tableau d'une sortie s'obtient en remplaçant chaque numéro d'une phase stable (entre parenthèses) par la valeur de la sortie durant cette phase. Le numéro d'une phase transitoire entre deux phases stables ayant la même sortie sera remplacé par la valeur de cette sortie. Les autres phases transitoires restent vides (indifférentes).

								m
						a		
		b					b	
	0	0		0			0	0
x	1			1	1		1	1

E

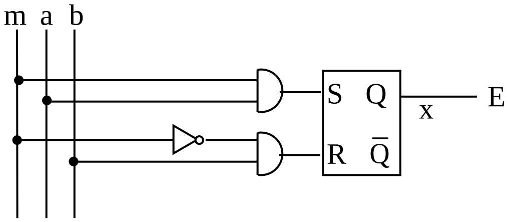
De ces tables on déduit les équations suivantes.

$$x' = ma + (m + \bar{b})x,$$

$$E = x.$$

Circuit de commande

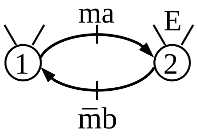
Employant des loquets SR le circuit de commande se déduit des équations précédentes.



4-19 Employant des bascules T, construire une machine de Moore qui commande le système de l'exercice 4-18 précédent.

Diagramme de Moore

La sortie dépend seulement de l'étape qui suit celle où l'entrée a été appliquée. L'électro-aimant s'active quand la came touche a en un moment où le bouton m est poussé. Il se désactive quand la came touche b en un moment où m est relâché.



Codage

On associe l'état 0 à l'étape 1 et l'état 1 à l'étape 2.

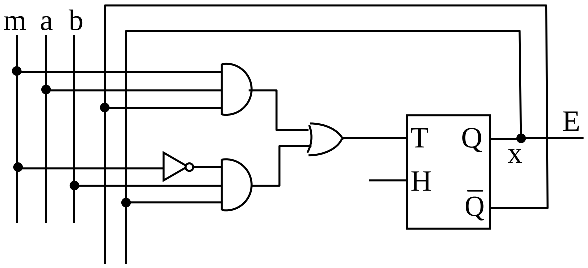
	x
1	2

Expressions de T et de E

L'état de la bascule T change de valeur quand $ma\bar{x} = 1$ ou quand $\bar{m}bx = 1$. D'autre part, l'électro-aimant s'active seulement durant l'étape 2 c.à.d. quand x = 1. D'où

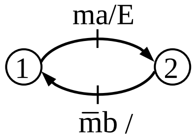
$$T = ma\bar{x} + \bar{m}bx \quad \text{et} \quad E = x.$$

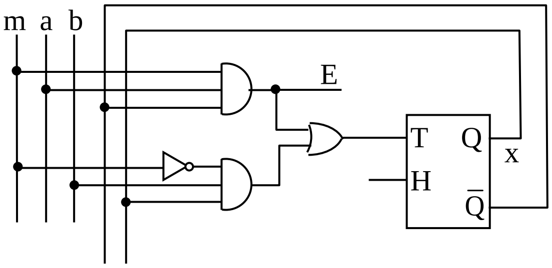
Circuit



4-20 Employant des bascules T, construire une machine de Mealy qui commande le système de l'exercice 4-18 et examiner sous quelles conditions le fonctionnement sera correct.

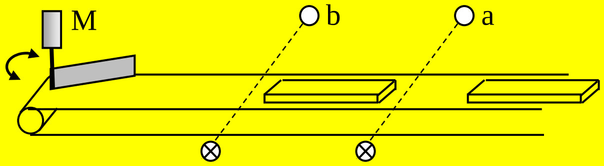
La sortie dépend de l'entrée et de l'étape durant laquelle l'entrée a été appliquée. Le diagramme de Mealy est représenté ci-contre. Son circuit ne diffère du précédent que par la sortie dont l'expression est maintenant $E = ma\bar{x}$.





Supposons que x = 1 entre deux fronts d'activation de la bascule. Si ma oscille à l'intérieur de cet intervalle à cause, par exemple, d'un rebond de contact, le sortie E oscille aussi et altère le fonctionnement du système.

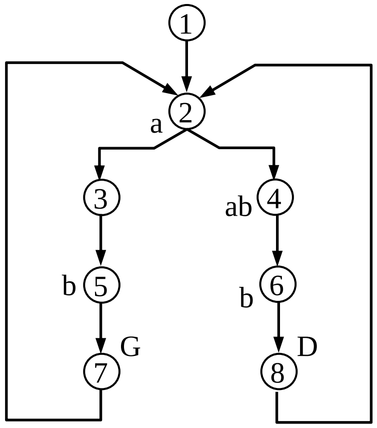
4-21 Des planches en bois de 60 et de 80 cm de longueur sont placées sur un convoyeur et défilent devant deux cellules photoélectriques a et b distantes de 70 cm. Les planches sont espacées l'une de l'autre de plus que 70 cm et que la distance entre la cellule b et le volet est de 120 cm. Quand une planche dépasse la ligne de b, le moteur M tourne le volet à gauche (G) ou le laisse dans cette position si cette planche est de 60 cm. Il tourne le volet à droite (D) ou le laisse dans cette position si la planche est de 80 cm. Quand une nouvelle planche arrive devant a le moteur s'arrête.



Construire pour ce système un circuit de commande asynchrone par la méthode d'Huffman.

Diagramme des phases

Nous désignons par 1 la phase initiale où toutes les planches sont à droite de la photocellule a. La longueur d'une planche qui libère a avant d'arriver à b est de 60 cm. La longueur d'une planche qui coupe en même temps les rayons de a et b est de 80 cm. Comme la distance entre b et le volet est de 120 cm < 60 + 70 = 130 cm, la planche de devant sort du convoyeur avant que la planche qui la suit dépasse b.



Matrices primitive et contractée

a
b

1	(1)			2	
2	3		4	(2)	
3	(3)	5			
4		6	(4)		
5	7	(5)			
6	8	(6)			
7	(7)			2	G
8	(8)			2	D

a
b

	(1)	6	(4)	2
	(3)	5	4	(2)
x_2	(7)	(5)		2
x_1	(8)	(6)		2

Tableaux de l'état et de la sortie

x'_1 a
b

	0	1	0	0	
	0	1	0	0	
x_2	1	1		0	x
x_1	1	1		0	

x'_2 a
b

	0	0	0	1
	1	1	0	1
x_2	1	1		1
x_1	0	0		1

G a
b

	0	0	0	0
	0	0	0	0
x_2	1	0		0
x_1	0	0		0

D a
b

	0	0	0	0
	0	0	0	0
x_2	0	0		0
x_1	1	0		0

Équations

$x'_1 = \overline{a}b + \overline{a}x_1, \quad x'_2 = a\overline{b} + \overline{ab}x_2,$

$G = \overline{a}\overline{b}x_1x_2, \quad D = \overline{a}\overline{b}x_1\overline{x}_2.$

Le circuit se construit moyennant deux loquets RS, les entrées du premier sont $S_1 = \overline{a}b$ et $R_1 = a$ et les entrées du deuxième sont $S_2 = a\overline{b}$ et $R_2 = ab$.

4-22 Employant des bascules D, construire une machine synchrone de Moore et une autre de Mealy qui commandent le système de l'exercice 4-21 précédent.

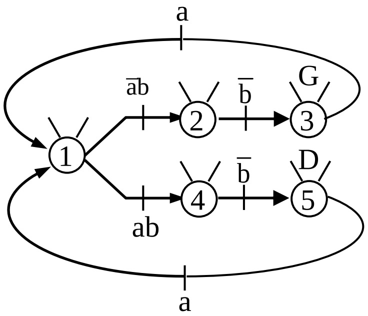
Machine de Moore

Graphe et codage des étapes.

Le volet tourne à gauche sous 2 conditions : (1) la planche obture b sans a (60 cm), (2) elle libère b.

Le volet tourne à droite sous 2 conditions : (1) la planche obture à la fois a et b (80 cm), (2) elle libère b.

le moteur du volet s'arrête quand une nouvelle planche arrive devant a.



x_2
x_3

	1	2		3
x_1	4	5		

Tableaux des bascules D

Dans une case de D_i, on écrit la valeur suivante de x_i. Les cases des entrées qui n'apparaissent pas durant une étape restent vides. La valeur d'une sortie est égale à 1 durant les étapes où elle apparait et elle vaut 0 durant les autres étapes.

a
b

	0	0	1	0	1
	0	0			2
x_3					
	0			0	3
x_2 x_3	1			0	5
x_1	1	1	1		4

D_1

a
b

	0	0	0	0	1
	1	0			2
x_3					
	1			0	3
x_2 x_3	0			0	5
x_1	0	0	0		4

D_2

a
b

	0	1	0	0	1
	0	1			2
x_3					
	0			0	3
x_2 x_3	1			0	5
x_1	1	0	0		4

D_3

	0	1
	0	2
x_3		
	1	3
x_2 x_3	0	5
x_1	0	4

G

	0	1
	0	2
x_3		
	0	3
x_2 x_3	1	5
x_1	0	4

D

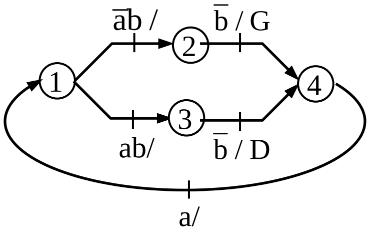
Équations

$$D_1 = ab + \bar{a}x_1, \qquad G = x_2,$$
$$D_2 = \bar{b}\bar{x}_1x_3 + \bar{a}x_2, \qquad D = x_1x_3.$$
$$D_3 = \bar{a}(b \oplus x_1).$$

Machine de Mealy

Graphe et codage des étapes

La sortie G, dépendant à la fois de l'état de l'étape 2 et de l'entrée $\bar{b}$, n'attend pas une nouvelle étape pour s'activer. Même remarque pour la sortie D.



		x2
	1	2
x1	3	4

Tableaux des bascules D

On obtient les tableaux des variables d'état en suivant la même méthode que pour la machine de Moore. Une sortie vaut 1 quand la réceptivité d'une étape i produit cette sortie et vaut 0 ailleurs.

				a	a	
			b	b		
		0	0	1	0	1
		1	0			2
	x2	1			0	4
x1		1		1		3

D_1

				a	a	
			b	b		
		0	1	0	0	1
		1	1			2
	x2	1			0	4
x1		1		0		3

D_2

				a	a	
			b	b		
		0	0	0	0	1
		1	0			2
	x2	0			0	4
x1		0		0		3

G

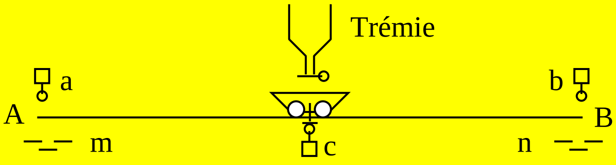
				a	a	
			b	b		
		0	0	0	0	1
		0	0			2
	x2	0			0	4
x1		1		0		3

D

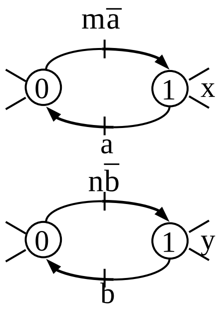
Équations

$$D_1 = ab + \bar{a}\bar{b}x_2 + \bar{a}x_1, \qquad G = \bar{b}\bar{x}_1x_2,$$
$$D_2 = \bar{a}b + \bar{a}x_1 + \bar{a}x_2, \qquad D = \bar{b}x_1\bar{x}_2.$$

4-23 Un chariot transporte un produit granulé d'une trémie aux stations A et B.



Quand le chariot n'est pas en A (resp. B), le contact a (resp. b) est ouvert et une impulsion sur m (resp. n) indique le besoin de la station A (resp. B) d'un nouveau chargement. Quand le chariot est en A (resp. B), le contact a (resp. b) est fermé et une impulsion sur m (resp. n) envoie le chariot de la station A (resp. B) à la trémie. À l'arrivée du chariot en c, le volet de la trémie s'ouvre pendant un temps T à la fin duquel le volet se referme et un temporisateur délivre un signal t = 1 pour indiquer que le chariot est prêt à une livraison. Le chariot se dirige ensuite vers la station qui a indiqué son besoin pour un nouveau chargement en donnant la priorité à celle qui n'a pas été servie la dernière fois. Le chariot reste en c si aucune station ne le demande et le signal t du temporisateur ne s'annule que lorsque le chariot libère c en se déplaçant vers l'une de deux stations.
Construire pour ce système un circuit de commande asynchrone par la méthode des étapes.



Une station peut commander un chargement quelle que soit la position du chariot hors de cette station. La commande s'annule quand le chariot arrive à la station. Ceci se réalise par les deux mémoires ci-contre dont les équations sont :

$$x' = m\bar{a} + \bar{a}x,$$
$$y' = m\bar{b} + \bar{b}y$$

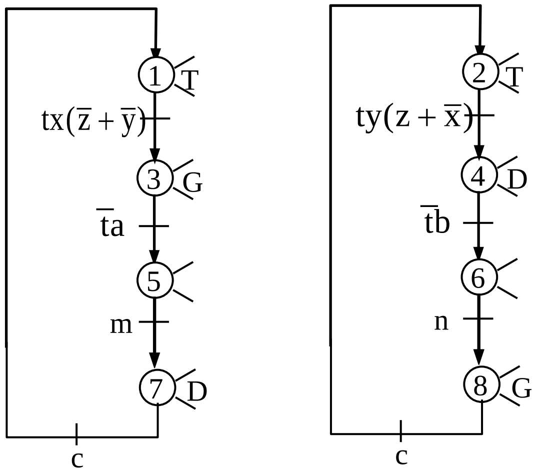
où x = 1 (resp. y = 1) signifie que la station A (resp. B) a besoin d'un chargement.

D'autre part, on introduit une troisième mémoire pour retenir laquelle des deux stations est servie la dernière. En poussant sur m quand le chariot est en a, la station A indique par z = 1 qu'elle est servie et en poussant sur n quand le chariot est en b, la station B indique par z = 0 qu’elle est servie. Donc, si z = 1 la dernière station servie est A et si z = 0, la dernière station servie est B. On a :

$$z' = ma + \bar{n}bz.$$

Diagramme des étapes

Le système peut se scinder en deux, l’un pour la station A et l’autre pour la station B. Ces deux sous-systèmes communiquent ensemble à travers les états x, y et z des trois mémoires précédents.



L’arrivée du chariot en c active le temporisateur qui délivre un signale t = 1 après un certain retard t_r. Quand le chariot quitte c, le temporisateur se désactive. Les entrées du loquet qui le commande sont donc

$$S_T = c, \quad R_T = \bar{c}.$$

Le chariot se dirige de c vers a (resp, b) si les conditions suivantes sont satisfaites :

- La station A (resp. B) demande un chargement (x = 1) resp. (y = 1).
- La station B (resp. A) est la dernière servie (z = 0) resp. (z = 1) ou elle ne demande pas un chargement (y = 0) resp. (x = 0).
- Le signal du temporisateur est t = 1.

Entrées propres et réceptivités.

Sachant que $a\bar{b} = a\bar{c} = a$, que $c = 0 \Rightarrow t = 0$ et que z = 1 durant le trajet de a vers c, le tableau des entrées propres et des réceptivités du sous-système relatif à la station A est le suivant.

i	Q_i	K_{ij}	$\bar{K}_i$	P_i	R_{ij}	S_i
1	c	$tx\overline{zy} \to 3$	$\overline{tx} + zy$	$c(\overline{tx} + zy)$	$ctx\overline{zy} \to 3$	T
3	$\bar{t}\bar{b}$	$a \to 5$	$\bar{a}$	$\bar{t}\bar{b}\bar{a}$	$a \to 5$	G
5	a	$m \to 7$	$\bar{m}$	$a\bar{m}$	$am \to 7$	–
7	$\bar{t}\bar{b}z$	$c \to 1$	$\bar{c}$	$\bar{c}\bar{t}\bar{b}z$	$c\bar{t}z \to 1$	D

Le tableau du sous-système relatif à la station B s’obtient par analogie.

i	Q_i	K_{ij}	$\bar{K}_i$	P_i	R_{ij}	S_i
2	c	$ty\overline{\bar{z}x} \to 4$	$\overline{ty} + \bar{z}x$	$c(\overline{ty} + \bar{z}x)$	$cty\overline{\bar{z}x} \to 4$	T
4	$\bar{t}\bar{a}$	$b \to 6$	$\bar{b}$	$\bar{t}\bar{b}\bar{a}$	$b \to 6$	D
6	b	$n \to 8$	$\bar{n}$	$b\bar{n}$	$bn \to 8$	–
8	$\bar{t}\bar{a}.\bar{z}$	$c \to 1$	$\bar{c}$	$\bar{c}\bar{t}\bar{a}.\bar{z}$	$c\bar{t}.\bar{z} \to 2$	G

Certaines étapes sont similaires et peuvent avoir le même état. Par exemple, comme Q_1Q_5 = Q_1Q_6 = Q_5Q_6 = 0, les étapes 1, 5 et 6 sont similaires et peuvent avoir le même état. Il en est de même des étapes 7 et 8. Ces fusionnements diminuent le nombre des loquets à employer mais rendent imbriqués les circuits des deux sous-systèmes. Pour faciliter l’examen du circuit de commande ou sa réparation, il convient pour ce système de séparer les circuits de A et de B.

		$\overline{}$ x_2
	1	7
x_1	3	5

Le tableau ci-contre associe des états aux 4 étapes du sous-système A. La variable x_1 passe de 0 à 1 lors de la transition de 1 à 3 et elle passe de 1 à 0 lors de la transition de 5 à 7. D’où, l’équation de cette variable est donnée par

$$x_1' = R_{13}\bar{x}_2 + \overline{R_{57}x_2}x_1.$$

En se référant au tableau des réceptivités de ce sous-système, cette équation se réalise par un loquet SR d’entrées

$$S_1 = R_{13}\bar{x}_2 = ctx\bar{x}_2\overline{zy} \quad \text{et} \quad R_1 = amx_2.$$

De même, la variable x_2 passe de 0 à 1 lors de la transition de 3 à 5 et elle passe de 1 à 0 lors de la transition de 7 à 1. D’où, la valeur suivante de cette variable est donnée par

$$x_2' = R_{35}x_1 + \overline{R_{71}\bar{x}_1}x_2.$$

Les entrées du loquet SR qui réalise cette équation sont donc

$$S_2 = ax_1 \quad \text{et} \quad R_2 = c\overline{t}z\overline{x}_1.$$

Par analogie, les entrées des loquets qui réalisent les états (x_3, x_4) des étapes 2, 4, 6 et 8 du sous-système B sont :

$$S_3 = cty\overline{x}_4\overline{\overline{z}x} \quad \text{et} \quad R_3 = bnx_4,$$

$$S_4 = bx_3 \quad \text{et} \quad R_4 = c\overline{t}\overline{z}.\overline{x}_3.$$

Circuit de commande.

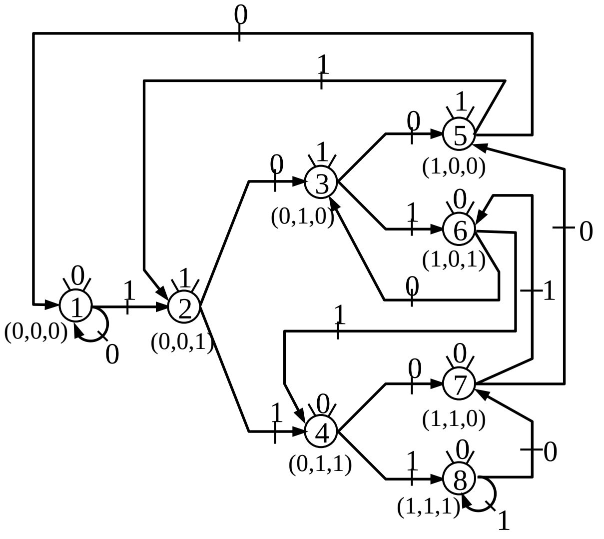
Ce circuit a 5 entrées a, b, c, m et n et comporte 8 mémoires SR d'états x, y, z, T, x_1, x_2, x_3 et x_4. Ces deux sorties ont pour équations

$$G = x_1\overline{x}_2 + \overline{x}_3x_4 \quad \text{et} \quad D = \overline{x}_1x_2 + x_3\overline{x}_4.$$

4-24 Construire en bascules JK les machines de Moore et de Mealy d'un système dont la sortie y est égale à 1 si et seulement si la somme arithmétique des 3 dernières valeurs de l'entrée u aux fronts d'activation est égale à 1.

Machine de Moore

Partons d'une étape 1 précédé des 3 entrées 0, 0, 0. La sortie durant cette étape est donc 0. Si la nouvelle entrée est u = 0, on reste dans la même étape 1 puisque les 3 dernières valeurs de u sont de nouveau 0, 0, 0. Mais si u = 1, on passe à une étape 2 précédé par les 3 dernières valeurs 0, 0, 1 dont la somme arithmétique est égale à 1 d'où y = 1. En procédant de la sorte pour chaque étape, on obtient le diagramme suivant.



Pour associer un état à chacune des 8 étapes du diagramme, il nous faut 3 variables d'état x_1, x_2 et x_3. À remarquer que le système se dirige à partir des étapes 1 et 5 vers la même étape 2 pour la même entrée. Pour simplifier les expressions des variables d'état, il est avantageux d'associer des états adjacents aux étapes 1 et 5. Il en est de même des étapes 2 et 6, 3 et 7, 4 et 8. Le codage d'état représenté par le tableau ci-contre assure ces adjacences. On peut remarquer que les composantes de l'état d'une étape sont les 3 dernières valeurs de u avant cette étape.

			x_3	x_2
	1	2	4	3
x_1	5	6	8	7

En se référant au diagramme ci-dessus, les entrées des bascules JK de sorties x_1, x_2, x_3 sont données par les tableaux suivants.

J_1		u	
	0	0	1
x_3	0	0	2
	1	1	4
	1	1	3
	–	–	7
x_2	–	–	8
x_3	–	–	6
x_1	–	–	5

J_2		u	
	0	0	1
x_3	1	1	2
	–	–	4
	–	–	3
	–	–	7
x_2	–	–	8
x_3	1	1	6
x_1	0	0	5

J_3		u	
	0	1	1
x_3	–	–	2
	–	–	4
	0	1	3
	0	1	7
x_2	–	–	8
x_3	–	–	6
x_1	0	1	5

K_1		u	
	–	–	1
x_3	–	–	2
	–	–	4
	–	–	3
	0	0	7
x_2	0	0	8
x_3	1	1	6
x_1	1	1	5

K_2		u	
	–	–	1
x_3	–	–	2
	0	0	4
	1	1	3
	1	1	7
x_2	0	0	8
x_3	–	–	6
x_1	–	–	5

K_3		u	
	–	–	1
x_3	1	0	2
	1	0	4
	–	–	3
	–	–	7
x_2	1	0	8
x_3	1	0	6
x_1	–	–	5

Nous rappelons que ces tableaux s'obtiennent en appliquant la règle suivante de passage de l'état x_i à l'état x_i'.d'une bascule JK.

$x_i \rightarrow x_i'$	$0 \rightarrow 0$	$0 \rightarrow 1$	$1 \rightarrow 0$	$1 \rightarrow 1$
(J_i, K_i)	(0, –)	(1, –)	(–, 1)	(–, 0)

On déduit des tableaux J_i et K_i les relations suivantes.

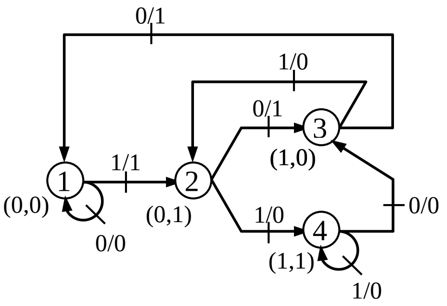
$$\begin{cases} J_1 = x_1 + x_2 \\ K_1 = \overline{x}_2 \end{cases}, \quad \begin{cases} J_2 = x_2 + x_3 \\ K_2 = x_2\overline{x}_3 \end{cases}, \quad \begin{cases} J_3 = u \\ K_3 = \overline{u} \end{cases}.$$

La sortie est égale à 1 durant les étapes 2, 3, 5, d’où

$$\begin{aligned} y &= \overline{x}_1\overline{x}_2x_3 + \overline{x}_1x_2\overline{x}_3 + x_1\overline{x}_2\overline{x}_3 \\ &= \overline{x}_1(x_2 \oplus x_3) + x_1\overline{x_2 + x_3}. \end{aligned}$$

<u>Machine de Mealy</u>

Contrairement à la machine de Moore, les deux dernières valeurs de u suffisent pour définir une nouvelle étape car la réponse dépendra de la valeur de u qui arrive à la fin de cette étape. Ceci réduit le nombre des étapes à 4 comme le montre le diagramme suivant.



Le tableau ci-contre associe à chaque étape un état (x_1 x_2). L’état suivant s’obtient par deux bascules JK dont les entrées sont définies par les tableaux suivants.

$$\begin{array}{c|c|c|} & & \overline{x_2} \\ \cline{2-3} & 1 & 2 \\ \cline{2-3} x_1 & 3 & 4 \\ \cline{2-3} \end{array}$$

$$J_1 \quad \begin{array}{cc|c|c|l} & & & \overline{u} & \\ \cline{3-4} & & 0 & 0 & 1 \\ \cline{3-4} & x_2 & 1 & 1 & 2 \\ \cline{3-4} & & - & - & 4 \\ \cline{3-4} x_1 & & - & - & 3 \\ \cline{3-4} \end{array} \qquad K_1 \quad \begin{array}{cc|c|c|l} & & & \overline{u} & \\ \cline{3-4} & & - & - & 1 \\ \cline{3-4} & x_2 & - & - & 2 \\ \cline{3-4} & & 0 & 0 & 4 \\ \cline{3-4} x_1 & & 1 & 1 & 3 \\ \cline{3-4} \end{array} \qquad \Rightarrow J_1 = x_2, \quad K_1 = \overline{x}_2.$$

$$J_2 \quad \begin{array}{cc|c|c|l} & & & \overline{u} & \\ \cline{3-4} & & 0 & 1 & 1 \\ \cline{3-4} & x_2 & - & - & 2 \\ \cline{3-4} & & - & - & 4 \\ \cline{3-4} x_1 & & 0 & 1 & 3 \\ \cline{3-4} \end{array} \qquad K_2 \quad \begin{array}{cc|c|c|l} & & & \overline{u} & \\ \cline{3-4} & & - & - & 1 \\ \cline{3-4} & x_2 & 1 & 0 & 2 \\ \cline{3-4} & & 1 & 0 & 4 \\ \cline{3-4} x_1 & & - & - & 3 \\ \cline{3-4} \end{array} \qquad \Rightarrow J_2 = u, \quad K_1 = \overline{u}.$$

La sortie y est égale à 1 quand l’entrée u aux étapes 1, 2 et 3 est égale respectivement à 1, 0 et 0. D’où

$$\begin{aligned} y &= \overline{x}_1\overline{x}_2u + \overline{x}_1x_2\overline{u} + x_1\overline{x}_2\overline{u} \\ &= \overline{x_1 + x_2}u + (x_1 \oplus x_2)\overline{u}. \end{aligned}$$