

# Chapitre 4

## ORGANES DES SYSTÈMES AUTOMATIQUES

### 4-1 INTRODUCTION

La figure 4-1 représente la structure de base d'un système de commande automatique décrite au chapitre d'introduction.

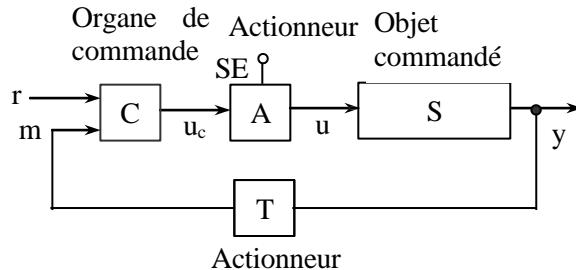


Fig. 4-1 Structure de base d'un système de commande

L'objet commandé S est connecté à l'organe de commande C qui règle le fonctionnement de S par deux chaînes : la première, appelée chaîne directe, transmet les signaux de C vers S à travers l'actionneur A et la deuxième, appelée chaîne de retour ou de contre réaction, transmet les signaux de S vers C à travers le transmetteur T. Le principe de fonctionnement de ce système est le suivant :

- Le signal  $r$  qui est le plus souvent une tension électrique de quelques volts indique au système la réponse désirée  $y_d$ .
- Le transmetteur T mesure la réponse réelle  $y$  à l'aide d'un capteur et la transforme en un signal  $m$  de même nature que  $r$ . La relation entre  $y$  et  $m$  est telle que  $m$  croît avec  $y$  et  $m = r$  quand  $y = y_d$ .

L'organe de commande C compare  $r$  à  $m$  et en fonction de l'écart  $e = r - m$  il produit un signal de commande  $u_c$  qui détermine l'énergie que l'actionneur A doit soutirer d'une source externe SE pour alimenter les organes moteurs de l'objet commandé S de sorte à rapprocher la réponse effective  $y$  de la réponse désirée  $y_d$ .

Dans ce chapitre seront décrits des actionneurs et des transmetteurs choisis parmi les plus employés en se limitant à leur principe de fonctionnement et leurs caractéristiques essentielles. Pour une étude plus complète sur ces sujets, le lecteur doit se référer à des ouvrages spécialisés et aux catalogues des fabricants. La dernière partie de ce chapitre est consacrée à un exemple de réalisation électronique et pneumatique de l'organe de commande le plus rencontré dans l'industrie dit PID ou standard.

### A- ACTIONNEURS

Un actionneur est une sorte de robinet d'énergie dont le débit énergétique est réglé par le signal de commande  $u_c$  (fig. 4-2).

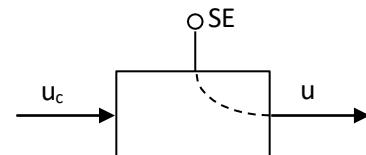


Fig. 4-2 Robinet d'énergie

À chaque valeur de  $u_c$  correspond un flux d'énergie qui s'écoule d'une source externe SE pour alimenter les organes moteurs de l'objet commandé S. Les actionneurs en électronique de puissance, appelés *convertisseurs*, sont de loin les plus employés à cause de leur adaptation à une grande variété de charges, leur bon rendement, leur fonctionnement silencieux, leur légèreté et leur petite taille. On en distingue plusieurs types :

- **Le redresseur** convertit une grandeur alternative (tension ou courant) en une grandeur continue fixée ou réglable.
- **L'onduleur** convertit une grandeur continue en une grandeur alternative de fréquence et d'amplitude fixées ou réglables.

- Le hacheur convertit une grandeur continue en une autre grandeur continue ou alternative adaptée à une charge donnée.
- Le gradateur convertit une grandeur alternative en une autre alternative de même fréquence mais d'amplitude réglable.

Ces convertisseurs sont constitués de composantes électriques (résistances, inductances, capacités et transformateurs) ainsi que de contacts électroniques de puissance (Diode, transistor bipolaire (BJT), thyristor, transistor à effet de champ (MOSFET), thyristor bidirectionnel (TRIAC), thyristor à ouverture par gâchette (GTO - gate turn off thyristor), transistor bipolaire à gâchette isolée (IGBT - insulated gate bipolar transistor)). La chute de tension à travers ces contacts sera supposée négligeable quand ils sont fermés (passants) et le tableau suivant montre les symboles de ces contacts électroniques et donne les conditions de leur fermeture (On) et de leur ouverture (Off). Dans ce tableau,  $I_B > 0$  et  $V_{GS} > 0$  signifient que  $I_B$  et  $V_{GS}$  sont suffisantes pour saturer les transistors.  $I_G \uparrow$  est une impulsion de courant suffisamment positive pour rendre le thyristor, le triac ou le GTO passant.  $I_G \downarrow$  est une impulsion de courant suffisamment négative pour bloquer le GTO.

Nom	Symbole	On	Off
Diode		$V_{AC} > 0$ $\rightarrow I_{AC} > 0$	$V_{AC} \leq 0$ $\rightarrow I_{AC} = 0$
BJT		$V_{CE} > 0$ et $I_B > 0$ $\rightarrow I_{CE} > 0$	$i_B = 0$ $\rightarrow I_{CE} = 0$
Thyristor		$V_{AC} > 0$ et $i_G \uparrow$ $\rightarrow I_{AC} > 0$	$I_{AC} = 0$
MOSFET		$V_{DS} \neq 0$ et $V_{GS} > 0$ $\rightarrow \text{sgn} I_{DS} = \text{sgn} V_{DS}$	$V_{GS} = 0$ $\rightarrow I_{DS} = 0$
Triac		$V_{A1A2} \neq 0$ et $i_G \uparrow$ $\rightarrow \text{sgn} I_{A1A2} = \text{sgn} V_{A1A2}$	$I_{A1A2} = 0$
GTO		$V_{AC} > 0$ et $i_G \uparrow$ $\rightarrow I_{AC} > 0$	$I_G \downarrow$ ou $I_{AC} = 0$
IGBT		$V_{CE} > 0$ et $V_{GE} > 0$ $\rightarrow I_{CE} > 0$	$V_{GE} = 0$ $\rightarrow I_{CE} = 0$

Tableau 1

Pour plus de détails sur la constitution interne de ces contacts et leur fonctionnement le lecteur peut se référer au chapitre 1 de la partie I (automatique séquentielle). Pour le besoin du présent chapitre, il suffit de connaître pour chaque type de contact les conditions de fermeture et d'ouverture données dans le tableau précédent et de tenir compte des faits suivants :

- Le transistor bipolaire (BJT) a l'avantage d'avoir en saturation une tension  $V_{CE}$  faible et de commuter des courants forts mais sa commande par le courant  $i_B$  nécessite un circuit relativement complexe qui consomme une énergie non négligeable. Sa réponse de commutation à l'ouverture ou à la fermeture est assez lente.

- Le thyristor supporte des puissances très élevées mais sa réponse à la commutation est très lente. Il est donc employé pour des puissances pouvant arriver à 1 ou 2 MW mais sa fréquence de commutation ne doit pas dépasser quelques KHz.

- Le MOSFET ne supporte pas des grandes puissances mais sa commutation est très rapide et son circuit de commande par la tension  $V_{GS}$  est simple et ne consomme presque pas d'énergie. Il est employé pour les faibles puissances (jusqu'à quelques KW) et pour des fréquences de commutation pouvant arriver à quelques centaines de KHz.

- Le GTO a les mêmes propriétés que le thyristor mais on peut le bloquer par la commande  $I_G \downarrow$  sans attendre que le courant  $I_{AC}$  devienne nul.

Le IGBT réunit les avantages du BJT et du MOSFET : faible  $V_{CE}$  en saturation et rapidité de commutation sans perte d'énergie. Actuellement, il peut supporter des puissances pouvant arriver à quelques MW.

## 4-2 ACTIONNEURS DES MOTEURS À COURANT CONTINU

Le réglage de la tension alimentant un moteur à courant continu peut se réaliser soit à partir d'une source alternative à travers un redresseur soit à partir d'une source continue à travers un hacheur. Dans les deux cas, le courant à la sortie de ces convertisseurs doit avoir, pour un réglage donné de la tension, une forme assez proche d'une constante afin que la rotation du moteur soit sans secousses.

#### 4-1-1 Redresseurs

Commençons par le plus simple des redresseurs réglables.

##### Redresseur monophasé à une alternance.

Considérons le circuit de la figure 4-3 où le contact est un thyristor qui se ferme (devient passant) quand une impulsion positive de courant est introduite par la gâchette G en un moment où la tension  $V_{AC}$  entre l'anode A et la cathode C est positive. Il s'ouvre (se bloque) seulement quand le courant  $i$  qui le traverse s'annule.

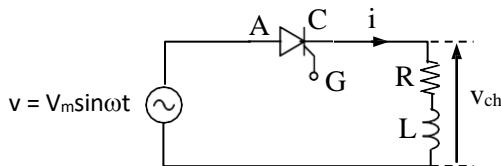


Fig. 4-3 Redresseur à une alternance

La tension  $v_{ch}$  aux bornes de la charge ( $R, L$ ) est égale à  $v$  si le thyristor est fermé (passant) et elle est nulle si le thyristor est ouvert.

Soient  $t_k$  tels que  $\omega t_k = \alpha + k\pi$ ,  $k = 0, 1, \dots$ , les instants où les impulsions de courant sont introduites par la gâchette. L'angle  $\alpha$ , appelé *angle d'amorçage*, est supposé compris entre 0 et  $\pi$ .

Pour  $\theta = \omega t < \alpha$ , le thyristor est ouvert et  $i = 0$ . À l'instant où  $\theta = \alpha$ , le thyristor se ferme et  $i$  varie selon l'équation

$$L \frac{di}{dt} = v_{ch} - Ri, \quad v_{ch} = v. \quad (4-1)$$

Ceci montre que le courant  $i$  croît jusqu'à l'instant où  $v = Ri$  puis décroît et s'annule à l'instant où  $\theta$  devient égal à un angle  $\theta_0$  tel que

$$Li = \int_{\alpha}^{\theta_0} (v - Ri) d\theta = 0. \quad (4-2)$$

En  $\theta_0$  les surfaces  $S_1$  et  $S_2$  représentées en gris sur la figure 4-4 deviennent donc égales et le thyristor s'ouvre. Durant chaque période, le courant qui traverse la charge est positif pour  $\theta$  compris entre  $\alpha$  et  $\theta_0$  et nul ailleurs.

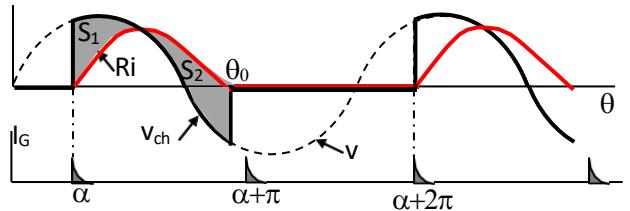


Fig. 4-4 Chronogrammes d'un redresseur à 1 alternance

D'après (4-1), si  $L = 0$ , la courbe  $Ri$  se confond avec  $v_{ch} = v$  et  $\theta_0 = \pi$ . D'autre part, la courbe  $Ri$  baisse quand  $L$  augmente mais les surfaces  $S_1$  et  $S_2$  augmentent et  $\theta_0$  croît. Ainsi, plus l'inductance  $L$  est grande, plus la courbe  $Ri$  est aplatie et l'intervalle  $[\alpha, \theta_0]$  est large. À la limite, quand  $L \rightarrow \infty$ ,  $Ri \rightarrow 0$  et comme  $S_2$  doit être égale à  $S_1$ ,  $\theta_0 \rightarrow 2\pi - \alpha$ .

La moyenne de la tension de charge est

$$V_{moy} = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\theta_0} v d\theta = \frac{V_m}{2\pi} (\cos \alpha - \cos \theta_0). \quad (4-3)$$

Cette tension diminue quand  $L$  croît ( $\theta_0$  croît de  $\pi$  à  $2\pi - \alpha$ ). Quand la charge est purement résistive ( $L = 0$  et  $\theta_0 = \pi$ ),  $V_{moy} = (V_m/2\pi)(1 + \cos \alpha)$ . Le cas où la charge est purement inductive ( $R = 0$ ) ne sera pas considéré.

Enfin, de (4-2) on déduit que le courant moyen qui alimente la charge est

$$I_{moy} = \frac{1}{R} \int_{\alpha}^{\theta_0} v d\theta = \frac{V_{moy}}{R}. \quad (4-4)$$

##### Redresseur monophasé à deux alternances.

Les impulsions de gâchette en  $\theta = \alpha + (2k+1)\pi$  appliquées durant les alternances négatives de la tension  $v$  n'ont aucun effet sur le redresseur précédent. Pour cette raison, la tension  $v_{ch}$  aux bornes de la charge et le courant  $i$  qui la traverse s'annulent durant une large partie d'une période de  $v$  (fig. 4-4). Le redresseur à double alternance représenté par la figure 4-5 rend actives les deux alternances de  $v$  si les impulsions de la gâchette en  $\theta = \alpha + 2k\pi$  sont appliquées aux thyristors  $T_1$  et  $T_3$  et les impulsions en  $\theta = \alpha + (2k+1)\pi$  sont appliquées aux thyristors  $T_2$  et  $T_4$ .

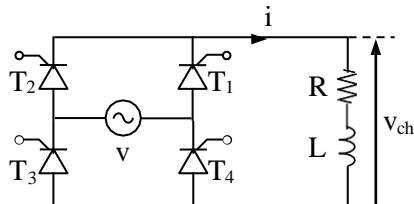
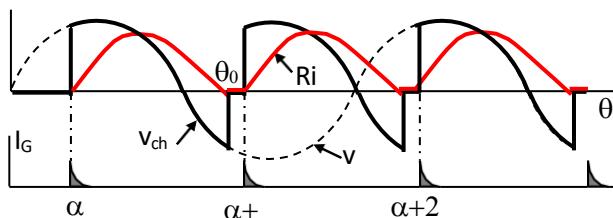
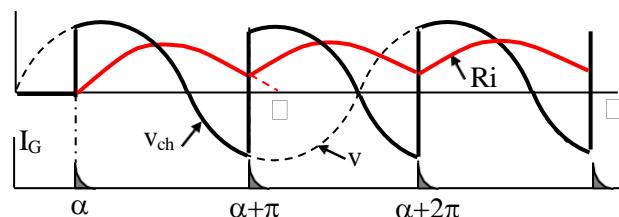


Fig. 4-5 Redresseur monophasé à double alternance

À noter que si les cathodes de deux thyristors passants sont connectées, celui qui a le plus grand potentiel à son anode conduit et l'autre se bloque. Inversement, si les anodes de deux thyristors passants sont connectées, celui qui a le plus faible potentiel à sa cathode conduit et l'autre se bloque.

Tenant compte de ces remarques, il est facile de constater qu'entre les deux premières impulsions de gâchette,  $T_1$  et  $T_3$  se ferment,  $T_2$  et  $T_4$  restent bloqués et les tensions  $v_{ch}$  et  $Ri$  sont les mêmes que dans le cas du redresseur mono-alternance. Entre les impulsions 2 et 3 où  $T_2$  et  $T_4$  se ferment et  $T_1$  et  $T_3$  se bloquent, la tension  $v_{ch}$  se répète mais la tension  $Ri$  repart de sa dernière valeur avec une pente qui se déduit de (4-1). Ainsi le courant  $i$  de la charge passe à travers  $T_1$  et  $T_3$  quand  $\theta$  est compris entre  $\alpha + 2k\pi$  et  $\alpha + (2k + 1)\pi$  et il passe à travers  $T_2$  et  $T_4$  quand  $\theta$  est compris entre  $\alpha + (2k + 1)\pi$  et  $\alpha + 2(k + 1)\pi$ . La figure 4-6 montre l'allure de  $v_{ch}$  et de  $Ri$  (a) quand  $\theta_0 < \alpha + \pi$  (L petit) et (b) quand  $\theta_0 \geq \alpha + \pi$  (L grand).


 Fig. 4-5a Variation de  $v_{ch}$  et  $Ri$  quand  $\theta_0 < \alpha + \pi$ 

 Fig. 4-5b Variation de  $v_{ch}$  et  $Ri$  quand  $\theta_0 > \alpha + \pi$ 

Si  $\theta_0 < \alpha + \pi$ , il existe un intervalle de temps où le courant à travers la charge s'annule et on dit que la conduction est discontinue. Par contre, si  $\theta_0 > \alpha + \pi$  (L grand), la conduction est continue. Dans ce dernier cas, la tension moyenne aux bornes de la charge est

$$V_{moy} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} v_{ch} d\theta = \frac{2V_m}{\pi} \cos \alpha. \quad (4-5)$$

D'autre part, en régime stationnaire, quand le courant devient périodique, sa moyenne est  $V_{moy}/R$ . Il est important de noter que lorsque la conduction est continue, la tension  $V_{moy}$  appliquée à la charge ne dépend que de l'angle d'amorçage  $\alpha$ . Par contre, lorsque la conduction est discontinue,  $V_{moy}$  dépend non seulement de  $\alpha$  mais aussi de  $\theta_0$  qui change selon la charge. Ceci rend difficile le réglage de cette tension et pour l'éviter, on ajoute une inductance à la charge afin d'augmenter  $\theta_0$  et rendre la conduction continue.

#### Alimentation d'un moteur à courant continu.

La figure 4-7 représente un moteur à courant continu commandé par son induit et alimenté par un redresseur monophasé à double alternance. Sur cette figure  $R_a$ ,  $L_a$  et  $e_b$  sont la résistance, l'inductance et la force contre électromotrice de l'induit,  $\Gamma$  le couple moteur,  $J$  l'inertie de la charge entraînée,  $c$  le facteur de frottement et  $\Gamma_r$  le couple résistant (voir figure 3-7 du chapitre précédent).

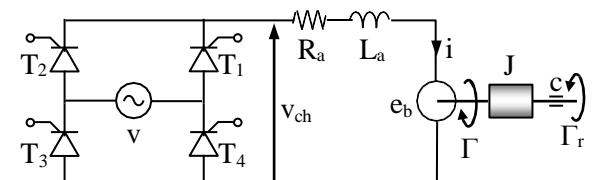


Fig. 4-7 Alimentation d'un moteur cc

Admettons que  $L_a$  soit suffisamment grande de sorte que la conduction à travers le moteur soit continue (sinon on ajoute une inductance en série avec le moteur). Sous cette condition, la valeur moyenne de  $v_{ch}$  est donnée par (4-5) et l'énergie magnétique emmagasinée dans l'inductance atténue les fluctuations du courant  $i$  qui devient en régime stationnaire assez aplati et le couple moteur  $\Gamma = k_{ai_{aa}}$  presque constant. En plus, l'énergie cinétique

emmagasinée dans l'inertie du rotor et de la charge entraînée atténue les variations de la vitesse qui sera pratiquement égale à sa valeur moyenne  $\Omega$  influencée seulement par le couple moyen  $\Gamma_{moy} = k_a I_{moy}$ . Comme pour une conduction continue  $I_{moy} = V_{moy}/R$  et  $V_{moy}$  est donnée par (4-5), le réglage de la vitesse se fait en modifiant seulement l'angle d'amorçage  $\alpha$ . D'autre part,  $I_{moy}$  étant toujours positif par construction du redresseur, la relation  $I_{moy} = V_{moy}/R$  ne peut être vérifiée que si  $V_{moy}$  est positive c.à.d. que si  $\alpha$  est compris entre 0 et  $\pi/2$ .

### Redresseur triphasé.

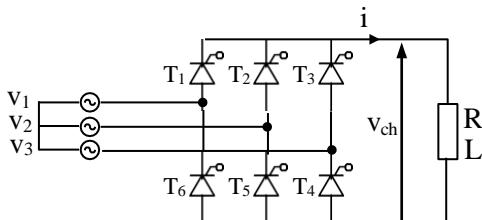


Fig. 4-8 Redresseur triphasé

Soient

$$v_1 = V_m \cos \theta,$$

$$v_2 = V_m \cos(\theta - 2\pi/3),$$

$$v_3 = V_m \cos(\theta - 4\pi/3), \quad \theta = \omega t,$$

les tensions du secteur. Un thyristor supérieur,  $T_1$ ,  $T_2$  ou  $T_3$ , ne peut être amorcé que dans l'intervalle où la tension à son anode est la plus positive. Soit  $\alpha$  l'angle qui sépare le début de cet intervalle de l'impulsion de gâchette de ce thyristor. De l'autre côté, un thyristor inférieur,  $T_4$ ,  $T_5$  ou  $T_6$ , ne peut être amorcé que dans l'intervalle où la tension à sa cathode est la plus négative. Soit aussi  $\alpha$  l'angle qui sépare le début de cet intervalle de l'impulsion de gâchette de ce thyristor.

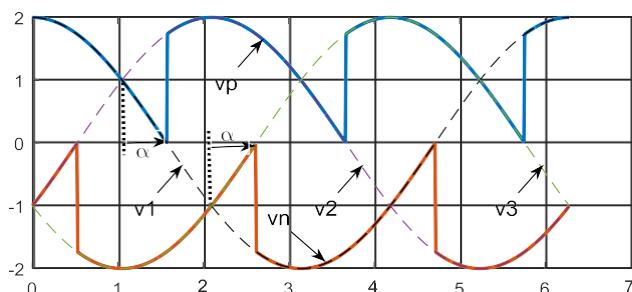


Fig. 4-9a Tensions  $v_p$  et  $v_n$  aux bornes de la charge

En supposant que l'inductance est suffisamment grande pour que la conduction soit continue, nous avons représenté sur la figure 4-9a la tension  $v_p$  aux cathodes des thyristors supérieurs et la tension  $v_n$  aux anodes des thyristors inférieurs pour un angle  $\alpha = 30^\circ$ . La figure 4-9b représente la tension aux bornes de la charge  $v_{ch} = v_p - v_n$ .

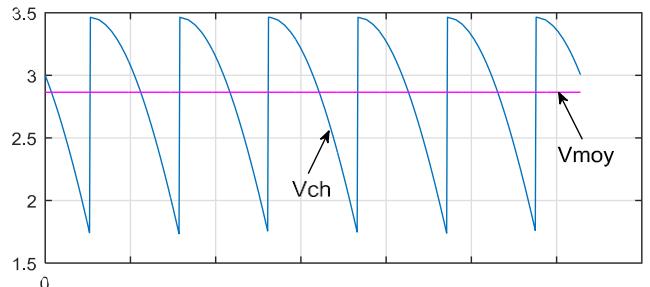


Fig. 4-9b Tension appliquée à la charge et sa moyenne

Quel que soit l'angle d'amorçage  $\alpha \in [0, 2\pi/3]$ , la fonction  $v_{ch}$  est périodique de période  $\pi/3$ . Sa moyenne est le double de la moyenne de  $v_p$  :

$$V_{moy} = 2 \frac{V_m}{2\pi/3} \int_{-\pi/3+\alpha}^{\pi/3+\alpha} \cos \theta d\theta = \frac{3\sqrt{3}}{\pi}. \quad (4-6)$$

Les harmoniques de la tension de sortie de ce redresseur sont plus faibles que celles d'un redresseur monophasé et, pour la même valeur de  $V_m$ , l'amplitude de sa moyenne est 2.6 fois plus grande.

**Redresseur bidirectionnel.** Le redresseur de la figure 4-7 ou de la figure 4-8 est employé pour tourner le moteur dans un seul sens. Pour le tourner dans les deux sens, il est nécessaire que le courant puisse le traverser dans un sens ou dans l'autre. Ceci peut être accompli par deux redresseurs, mono ou triphasés, montés en antiparallèle comme le montre la figure 4-10.

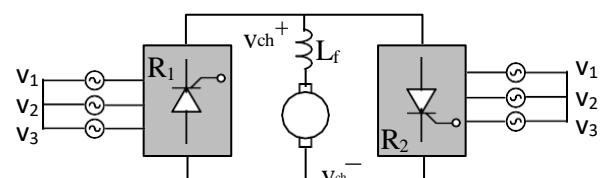


Fig. 4-10 Redresseur bidirectionnel

Si l'angle de retard de l'impulsion de gâchette du redresseur  $R_1$  est  $\alpha_1$ , celui de  $R_2$  est  $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$ . De

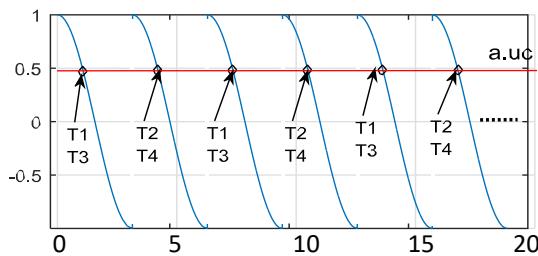
de cette manière, d'après (4-6), la tension moyenne aux bornes de la charge sera

$$V_{\text{moy}} = V_{\text{moy}}^+ - V_{\text{moy}}^- = 2V^+ = \frac{6\sqrt{3}}{\pi} V_m \cos \alpha. \quad (4-7)$$

Quand on change le signe de  $\cos \alpha$  (et de  $V_{\text{moy}}$ ), le moteur est d'abord freiné en récupérant son énergie cinétique puis il tourne dans le sens opposé. Les pulsations de courant produites par celles de la tension instantanée  $v_{\text{th}} = v_{\text{ch}}^+ - v_{\text{ch}}^-$  et qui s'ajoutent à  $I_{\text{moy}}$  sont atténuées grâce à l'inductance  $L_f$  montée en série avec le moteur.

Une autre alternative consiste à activer séparément les redresseurs du montage précédent,  $R_1$  pour tourner le moteur dans le sens positif et  $R_2$  pour le tourner dans le sens négatif. Pour passer d'un redresseur à un autre, il faut d'abord annuler les impulsions de gâchette du premier redresseur et attendre que son courant s'annule avant d'appliquer les impulsions de gâchette du second redresseur. Cette méthode permet de se dispenser de l'inductance  $L_f$  mais nécessite l'incorporation d'un détecteur de courant nul pour indiquer au second redresseur l'instant où il peut être activé.

**Commande des thyristors.** On trouve sur le marché plusieurs types de circuits pour contrôler l'amorçage des thyristors. Nous donnons ici le principe de fonctionnement d'un circuit d'amorçage qui permet d'obtenir à la sortie d'un redresseur monophasé une tension moyenne  $u = V_{\text{moy}}$  proportionnelle à un signal de commande  $u_c$ . D'après (4-5), il faut que  $\cos \alpha$  soit égal à  $au_c$  où  $a$  est une constante pour laquelle  $A = u/u_c = 2aV_m/\pi$  est le gain désiré du convertisseur. En d'autres termes, comme le montre la figure suivante, l'amorçage des thyristors doit se produire aux instants où le signal  $au_c - \cos(\theta - k\pi)$  change de signe,  $k\pi \leq \theta = \omega t < (k+1)\pi$ ,  $k \in \mathbb{N}$  ce qui donne  $\alpha = \text{Arccos}(au_c) + k\pi$ .



Sachant que la fonction  $\cos(\theta - k\pi)$  est la dérivée de  $|\sin \theta|$  et que, pour  $k$  pair, l'impulsion est destinée aux gâchettes de  $T_1$  et  $T_3$  et pour  $k$  impair aux gâchettes de  $T_2$  et  $T_4$ , le circuit de la commande des thyristors d'un redresseur monophasé est représenté par le schéma de la figure 4-11. Sur cette figure, l'amplitude de la tension du secteur est abaissée de  $V_m$  à quelques volts par un transformateur de faible puissance ; le redresseur à diodes  $Rd$  produit la valeur absolue du secondaire et le déivateur ( $d/dt$ ) produit  $\cos(\theta - k\pi)$  ; la sortie du comparateur logique  $Cp$  est égale à 1 si son entrée + est supérieure à son entrée - et elle est égale à 0 dans le cas contraire ; la sortie de la bascule  $Tr$  (trigger) change de valeur (0 ou 1) à chaque descente (de 1 à 0) de son entrée ; le multivibrateur monostable 1-sh (one-shot) produit une impulsion à chaque montée de son entrée et le transistor alimente la gâchette par un courant suffisant.

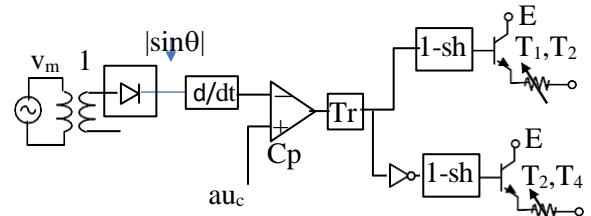


Fig. 4-11 Commande d'un redresseur monophasé.

Pour un redresseur triphasé, les impulsions doivent se produire aux instants  $t_k$  où  $au_c - \cos(\theta - k\pi/3)$  change de signe,  $k\pi \leq \theta = \omega t < (k+1)\pi$ ,  $k \in \mathbb{N}$ . Pour  $k$  impair, l'impulsion est envoyée aux gâchettes des 3 thyristors supérieurs  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$  et on sait que seul conduit le thyristor qui a à son anode la tension la plus positive. Pour  $k$  pair, l'impulsion est envoyée aux gâchettes des 3 thyristors inférieurs  $T_4$ ,  $T_5$  et  $T_6$ .

## 4-1-2 Hacheur

Les redresseurs à thyristors sont surtout employés pour alimenter des moteurs de grande puissance. Pour des puissances moyennes ou faibles, on obtient une meilleure performance en employant des hacheurs à MOSFET ou à IGBT. Actuellement, les transistors IGBT peuvent supporter des hautes tensions (jusqu'à 3000 volts) et des courants élevés (jusqu'à 2000 A) ce qui leur permet de conduire des moteurs de puissance très élevée.

**Hacheur unidirectionnel.** La figure 4-12 représente un hacheur série unidirectionnel entraînant à travers un contact IGBT un moteur cc commandé par son induit. Ce contact se ferme (devient passant) quand on applique entre la grille G et l'émetteur E une tension  $V_{GE} > 0$  de quelques volts et il s'ouvre (se bloque) quand  $V_{GE} = 0$ .

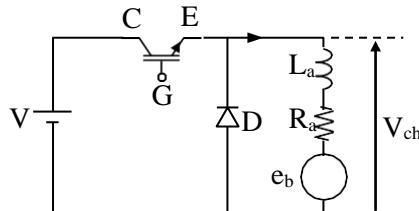


Fig. 4-12 Hacheur unidirectionnel

Si, périodiquement, on ferme le transistor pendant un temps  $T_p$  et on l'ouvre pendant un temps  $T_b$ , la tension  $v_{ch}$  appliquée à l'induit du moteur sera périodique de période  $T = T_p + T_b$  et vaut  $V$  durant  $T_p$  et 0 durant  $T_b$  (fig. 4-13). La fraction de période  $\alpha = T_p/T$  pendant laquelle le transistor conduit est appelée *rapport cyclique* (duty cycle).

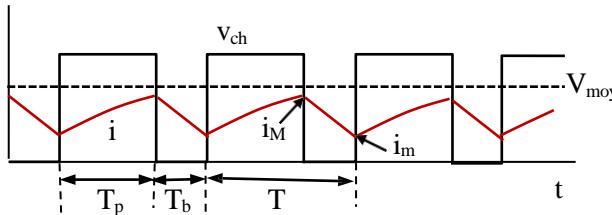


Fig. 4-13 Tension de charge  $v_{ch}(t)$ , sa moyenne  $V_{moy}$  et la forme d'onde du courant  $i$  du moteur

Quand le transistor se bloque sans la présence de la diode D, le courant  $i$  s'annule subitement et la tension  $L_a di/dt \rightarrow -\infty$  ce qui peut nuire aux composants du circuit. Par contre, la diode permet au courant de continuer à circuler en dissipant l'énergie magnétique  $L_a i^2/2$  de l'inductance, réduire  $v_{ch}$  à  $-0.7$  volt et limiter la tension aux bornes du transistor à  $V + 0.7$  volts. La diode D est appelée *volant* ou *roue libre*.

La tension moyenne aux bornes du moteur est

$$V_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T v_{ch} dt = \frac{1}{T} \int_0^{T_p} V dt = \alpha V \quad (4-8)$$

qui augmente linéairement avec le rapport cyclique  $\alpha$ . D'autre part, à cause des petites fluctuations du courant et de l'inertie de la charge entraînée, on peut

admettre qu'en régime permanent la vitesse  $\Omega$  du moteur est constante, d'où  $e_b = k_b \Omega = E_b = c^{\text{te}}$ . Sous cette hypothèse, quand le transistor est passant, le courant  $i$  qui traverse le moteur croît selon l'équation

$$L_a \frac{di}{dt} = V - E_a - R_a i, \quad i(0) = i_m, \quad (4-9)$$

et quand le transistor est bloqué, il décroît selon l'équation

$$L_a \frac{di}{dt} = -E_a - R_a i, \quad i(0) = i_M, \quad (4-10)$$

$i_m$  et  $i_M$  étant les valeurs minimum et maximum de  $i$ . La moyenne de ce courant est

$$I_{moy} = \frac{V_{moy} - E_b}{R_a} = \frac{\alpha V - E_b}{R_a}. \quad (4-11)$$

D'après (4-9) et (4-10), la valeur absolue de la pente de  $i$  au début des intervalles  $T_p$  et  $T_b$  est d'autant plus petite que  $L_a$  est grande et la différence  $i_M - i_m$  diminue avec  $T_p = \alpha T$ . Par conséquent, l'ondulation du courant  $i$  sera faible (courant presque constant) si  $L_a$  est grande (en ajoutant éventuellement en série une inductance de lissage) ou si la fréquence du hacheur est grande ( $T$  petit).

À noter que lors de la commutation, la tension  $v_T$  aux bornes du transistor et le courant  $i_T$  qui le traverse ne changent pas de valeur instantanément. Durant la transition à  $v_T = 0$  (fermeture du contact) ou à  $i_T = 0$  (ouverture du contact) il existe une petite durée où la puissance est  $v_T i_T \neq 0$ . Par conséquent l'énergie dissipée dans le transistor augmente avec la fréquence de hachage. Pour cette raison, un contact de puissance doit être monté sur un radiateur pour le refroidir. Généralement, quand le contact est un transistor BJT la fréquence de hachage ne doit pas dépasser 10 KHz mais, pour le MOSFET et le IGBT, cette fréquence peut arriver jusqu'à quelques centaines de KHz sans griller le transistor.

**Remarque.** Dans ce qui précède, nous avons supposé implicitement que  $i_m > 0$  c.à.d. que le courant  $i$  à travers le moteur est continu et ne s'annule jamais. En fait, si la charge entraînée est faible et si

l'inductance  $L_a$  et la fréquence de commutation ne sont pas suffisamment grandes, le courant  $i$  peut s'annuler (en tendant durant  $T_b$  vers  $-E_b$ ) ce qui entraîne une rotation anormale du moteur. Pour l'éviter on ajoute en série une inductance ou on augmente la fréquence.

**Commande du transistor.** Soit  $u_{cM}$  la valeur maximum d'un signal de commande  $u_c$  et soit  $p(t)$  un signal triangulaire isocèle de période  $T = T_p + T_b$  et de pentes  $\pm 2u_{cM}/T$ . Si le contact du hacheur se ferme quand  $p(t) \leq u_c$  et s'ouvre quand  $p(t) > u_c$  (fig. 4-14), il est facile de voir que  $u_c = (T_p/T)u_{cM} = \alpha u_{cM}$  donc, d'après (4-8),  $u_c$  est proportionnel à  $u = V_{moy}$  et que le gain du convertisseur est  $A = u/u_c = \alpha V/\alpha u_{cM} = V/u_{cM}$ .

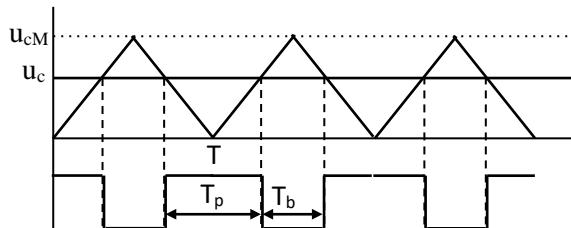


Fig. 4-14 Signal de commande du transistor

### Hacheur bidirectionnel.

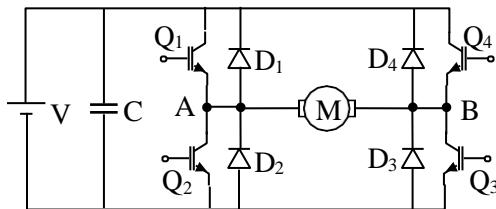


Fig. 4-15 Hacheur bidirectionnel

La figure 4-15 représente un circuit en H qui permet de tourner le moteur dans un sens ou dans l'autre et de récupérer, lors de la décélération et du freinage, l'énergie magnétique de l'inductance du moteur et l'énergie cinétique de la charge entraînée. La capacité  $C$  sert à lisser le courant qui alimente le moteur dont la tension peut être réglable ou constante selon qu'on effectue un hachage ou non. Nous supposerons que le moteur cc est commandé par son induit c.à.d. que son inducteur est séparé et parcouru par un courant constant.

**Modes de fonctionnement.** Ces modes décrivent le fonctionnement du circuit pour mettre le moteur en

marche, l'arrêter puis le tourner en sens opposé.

Marche avant. On ferme les contacts  $Q_1$  et  $Q_3$  et on laisse  $Q_2$  et  $Q_4$  ouverts (fig. 4-16).

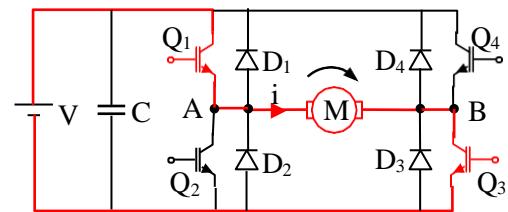


Fig. 16 Marche avant

La tension aux bornes du moteur est  $V_{AB} = V$  et le courant qui le traverse croît selon l'équation

$$L_a \frac{di}{dt} = V - R_a i - e_b$$

pour tendre, en régime stationnaire, vers

$$I = \frac{V - E_b}{R_a}, \quad \text{avec } E_b = k_b \Omega$$

où  $\Omega$  est la vitesse du moteur durant ce régime (voir section 3-1). Comme le couple moteur est  $\Gamma = k_a I$ , la *caractéristique mécanique* liant  $\Gamma$  à la vitesse  $\Omega$  est donnée par la droite

$$\Gamma = k_a \frac{V - E_b}{R_a}. \quad (4-12)$$

En ouvrant les 4 contacts, le moteur passe par deux étapes avant de s'arrêter : il est d'abord décéléré par diminution de son courant puis freiné par contre-courant. Nous allons montrer que ces étapes se traduisent par la récupération de l'énergie magnétique emmagasinée dans  $L_a$  et de l'énergie cinétique de l'objet entraîné par le moteur.

Récupération de l'énergie magnétique. Quand on ouvre les 4 contacts le courant  $i$  à travers le moteur continue à circuler dans le même sens en passant cette fois par les diodes  $D_2$  et  $D_4$  (fig. 4-17).

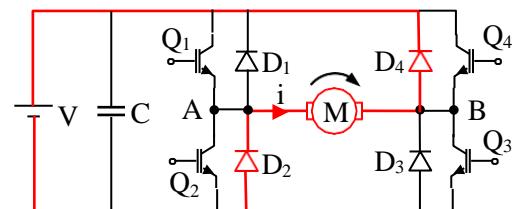


Fig. 4-17 Récupération de l'énergie magnétique

La tension aux bornes du moteur est maintenant  $V_{AB} = -V$  et le courant  $i$  qui le traverse décroît selon

l'équation

$$L_a \frac{di}{dt} = -V - R_a i - e_b. \quad (4-13)$$

L'énergie magnétique  $L_a i^2/2$  diminue et elle est récupérée par la source qui devient récepteur puisque la puissance qu'il fournit est  $V(-i) < 0$ . Quand le courant s'annule, le rotor continue à tourner dans le même sens à cause de son énergie cinétique.

Récupération de l'énergie cinétique. Les 4 contacts étant toujours ouverts, le courant, en diminuant, s'annule puis devient négatif en passant à travers les diodes  $D_3$  et  $D_1$  et développe un couple négatif qui freine le moteur jusqu'à l'arrêt. Durant cette étape la tension  $V_{AB}$  ( $= +V$ ) est de sens opposé au courant  $i$  d'où le moteur se comporte comme un générateur qui transmet son énergie cinétique à la source.

Marche arrière. Les mêmes étapes que ci-dessus en remplaçant  $(Q_1, D_1)$  par  $(Q_4, D_4)$  et  $(Q_3, D_3)$  par  $(Q_2, D_2)$ .

**Réglage de la tension par hachage.** Durant le réglage de la tension  $v_{ch} = V_{AB} = V_A - V_B$  en mode de marche, l'un des transistors  $Q_1$  et  $Q_2$  sera fermé et l'autre ouvert et il en est de même de  $Q_3$  et  $Q_4$ . Dans ces conditions, le circuit en H (fig. 4-15) peut être modélisé par le schéma de la figure 4-18 suivante.

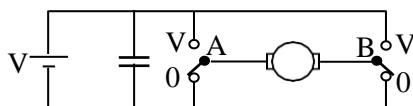
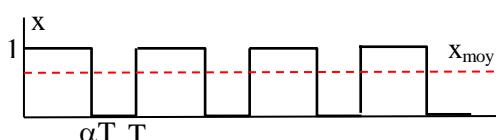


Fig. 4-18 Modèle du hachage

Quand  $Q_1$  est fermé et  $Q_2$  est ouvert la tension en A est  $v_A = V$  et on pose  $x_A = 1$ . Dans le cas contraire, quand  $Q_1$  est ouvert et  $Q_2$  est fermé,  $v_A = 0$  et on pose  $x_A = 0$ . De même  $v_B = V$  et  $x_B = 1$  quand  $Q_4$  est fermé et  $Q_3$  est ouvert,  $v_B = 0$  et  $x_B = 0$  dans le cas contraire. Par conséquent,  $v_A = x_A V$ ,  $v_B = x_B V$  et

$$v_{ch} = V_{AB} = x_A V - x_B V. \quad (4-14)$$

Supposons que  $x_A$  (resp.  $x_B$ ) est périodique de période  $T$  et de rapport cyclique  $\alpha_A$  (resp.  $\alpha_B$ ) comme le montre la figure suivante.



La moyenne de  $v_A$  est

$$V_A = \frac{1}{T} \int_0^T x_A V dt = \frac{V}{T} \int_0^{\alpha_A T} dt = \alpha_A V.$$

De même,  $V_B = \alpha_B V$ , d'où, tenant compte de (4-14), la moyenne de la tension  $V_{AB}$  appliquée au moteur est

$$V_{moy} = (\alpha_A - \alpha_B)V. \quad (4-15)$$

Si cette tension doit être proportionnelle à un signal de commande  $u_c$ ,  $V_{moy} = au_c$  avec  $a > 0$ , et si les rapports cycliques sont choisis tels que  $\alpha_A + \alpha_B = 1$ , on déduit de (4-15) que

$$\alpha_A = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{au_c}{V} \right) \quad \text{et} \quad \alpha_B = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{au_c}{V} \right). \quad (4-16)$$

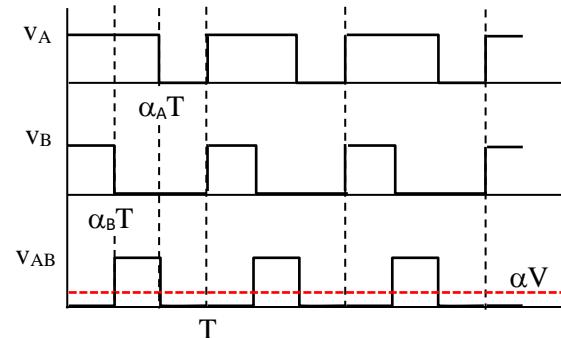


Fig.4- 19 Formes d'onde de  $v_A$ ,  $v_B$  et  $v_{AB}$ .

La figure (4-19) montre bien que la tension appliquée au moteur est un hachage de  $V$  de rapport cyclique  $\alpha = \alpha_A - \alpha_B$ .

## 4-2 ACTIONNEURS DES MOTEURS À COURANT ALTERNATIF

Comme nous l'avons signalé au chapitre précédent, la commande d'un moteur alternatif nécessite le réglage de l'amplitude et de la fréquence de la tension qui lui est appliquée. Or un onduleur convertit une tension continue en une tension alternative à fréquence réglable. Le réglage de l'amplitude de cette tension se réalise généralement par hachage.

### 4-3-1. Onduleurs à tension constante

Nous commençons par décrire un onduleur en pont qui alimente un moteur alternatif monophasé à tension constante.

**Onduleur monophasé bidirectionnel.** Cet onduleur est représenté par la figure 4-20 où les interrupteurs  $Q_i$  schématisent des transistors de même type (BJT, MOSFET ou IGBT). Pour éviter le court-circuit, il est évident qu'il ne faut pas fermer en même temps deux contacts appartenant à une même branche.

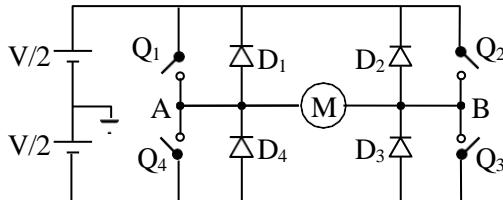


Fig. 4-20 Onduleur monophasé bidirectionnel

Soit  $T$  la période désirée de la tension alternative à appliquer au moteur  $M$ . En fermant simultanément  $Q_1$  et  $Q_3$  pendant  $T/2$  puis simultanément  $Q_2$  et  $Q_4$  pendant  $T/2$ , le circuit passe durant la première période par les étapes suivantes :

- 1) Entre 0 et  $T/2$ , la tension  $V_{AB} = V$  et le courant  $i$  passe de A vers B (positif).  $V_{AB}$  et  $i$  étant de même signe (la puissance  $P = V_{AB}i > 0$ ), le moteur reçoit de l'énergie de la source et le courant croît pour arriver à une certaine limite.
- 2) À l'instant  $T/2$ , quand  $Q_1$  et  $Q_3$  s'ouvrent et  $Q_2$  et  $Q_4$  se ferment, l'inductance du moteur oblige le courant à continuer de circuler de A vers B en passant par les diodes  $D_4$  et  $D_2$ . Ceci rend  $V_{AB} = -V$  et  $P = V_{AB}i < 0$  d'où l'énergie magnétique de l'inductance retourne à la source (mode régénératif).
- 3) Quand le courant  $i$  s'annule, les transistors  $Q_2$  et  $Q_4$  deviennent passants, le courant change de sens,  $V_{AB} = -V$  et  $P = V_{AB}i > 0$ . La source délivre de nouveau de l'énergie au moteur et le courant croît dans le sens négatif.

En répétant ces commutations un nombre suffisant de fois le circuit arrive à un régime permanent dont les variations de la tension  $v_{ch}$  appliquée au moteur et du courant  $i$  qui le traverse sont représentées à la figure 4-21.

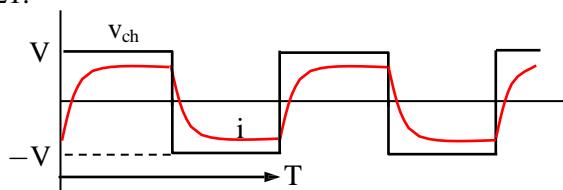


Fig. 4-21 Tension et courant de l'onduleur monophasé

Durant le régime permanent, la tension  $v_{ch}$  et le

courant  $i$  ne sont pas sinusoïdaux mais périodiques de période  $T$ . En développant  $v_{ch}$  en série de Fourier on obtient :

$$v_{ch} = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4V}{n\pi} \sin(n\omega t), \quad \omega = 2\pi/T. \quad (4-17)$$

L'amplitude du premier harmonique est  $4V/\pi$  et celle d'un harmonique supérieur  $n$  est  $n$  fois plus petite. Bien que les harmoniques  $n = 3, 5, 7$  ne soient pas tout à fait négligeables, leur effet sur le couple moteur est très faible à cause de leur haute fréquence (voir 3-27 et 3-40). Il ne reste pratiquement que l'effet du premier harmonique dont l'amplitude est proportionnelle à la tension  $V$  qui alimente l'onduleur. Généralement, cette tension est obtenue à partir du secteur par un redresseur suivi d'un filtre. Ce redresseur peut être à tension réglable mais le réglage interne par modulation de la largeur d'impulsion (PWM, pulse-width modulation) que nous allons décrire plus loin est plus économique et plus performant que le réglage externe.

**Onduleur triphasé.** Cet onduleur connecté à une charge triphasée équilibrée  $Z$  est représenté par la figure 4-22 où les contacts supérieurs sont d'indices impairs et les contacts inférieurs sont d'indices pairs, ordonnés comme les montre la figure.

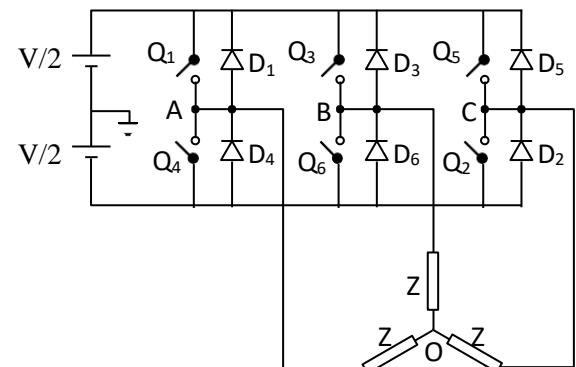


Fig. 4-22 Onduleur triphasé

On sait que les tensions d'une alimentation triphasée équilibrée de fréquence  $\omega$  sont les projections sur l'axe vertical des vecteurs de Fresnel ci-contre tournant à la vitesse  $\omega$ . Ces projections aux instants  $t_k$  tels que  $\omega t_k = k\pi/3$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, 5$ , sont respectivement

données par les vecteurs

$$[a/2, a/2, -a], [-a/2, a, -a/2], [-a, a/2, a/2], \\ [-a/2, -a/2, a], [a/2, -a, a/2], [a, -a/2, -a/2], \quad (4-18)$$

puis, pour  $k \geq 6$ , cette séquence se répète. Or, si les impédances  $Z$  du circuit de la figure 4-22 sont connectées comme le montre la figure 4-23 où  $U_1 = -U_2 = \pm V/2$ , il est facile de déduire que

$$V_{MO} = V_{NO} = -V_{PO}/2 = (U_1 - U_2)/3 = \pm V/3. \quad (4-18')$$

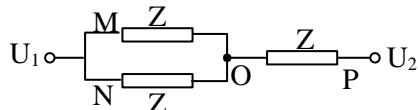


Fig. 4-23 Connexion de la charge de l'onduleur

Par conséquent, en posant  $a = 2V/3$ , le lecteur peut vérifier que le vecteur de tensions  $[V_{AO}, V_{BO}, V_{CO}]$  de la charge de l'onduleur aura la séquence (4-18) ci-dessus quand, aux instants  $t_k$  tels que  $\omega t_k = k\pi/3$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, 5, \dots$  on ferme 3 contacts de l'onduleur selon la séquence suivante de leurs indices :

$$(1,2,3), (2,3,4), (3,4,5), (4,5,6), (5,6,1), (6,1,2).$$

En répétant cette séquence, on obtient les tensions de phases  $V_{AO}$ ,  $V_{BO}$ ,  $V_{CO}$  représentées sur la figure 4-24. Les tensions entre phases  $V_{AB}$ ,  $V_{BC}$ ,  $V_{CA}$  s'obtiennent par différences.

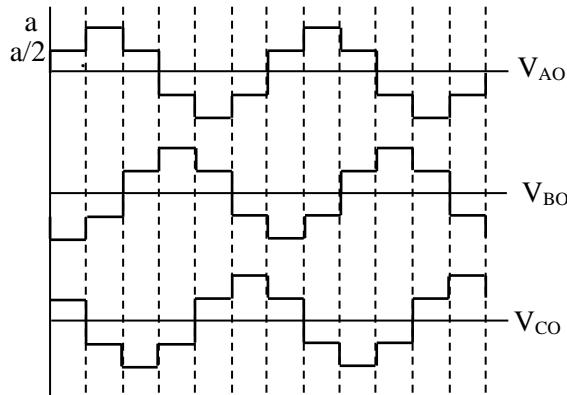


Fig. 4-24 Tensions de phases d'un onduleur triphasé

L'amplitude du premier harmonique des tensions des phases est  $2V/\pi$  et celle des tensions entre phases est  $2V\sqrt{3}/\pi$ . Les harmoniques supérieurs seront

filtrés soit directement par l'inductance et l'inertie du moteur soit en ajoutant à chaque phase un filtre LR qui aide à minimiser le bruit.

### 4-3-2 Onduleurs à tension réglable

La technique la plus employée pour régler la tension de sortie de l'onduleur est la modulation par largeur d'impulsion (PWM). Ceci peut se faire de plusieurs manières dont les plus performantes sont la modulation sinusoïdale (SPWM) et la modulation du vecteur d'espace (SVM, space-vector modulation).

**Modulation SPWM.** Soient  $u_{rM}$  l'amplitude maximale d'un signal de référence sinusoïdal  $u_r(t)$  de période  $T$  et  $p(t)$  un signal triangulaire isocèle de période  $T_h$  et de pentes  $\pm 2u_{cM}/T_h$ . Si  $T_h \ll T$ , on peut admettre que  $u_r(t)$  sera presque constant durant une période  $T_h$  de la *porteuse*  $p(t)$ . Or, si l'on applique à une charge  $Z$  une tension  $v = V/2$  durant  $T_p$  où  $p(t) \leq u_r(t)$  et  $v = -V/2$  durant  $T_n$  où  $p(t) > u_r(t)$ , la moyenne  $V_{moy} = (T_p V/2 - T_n V/2)/T_h$  de  $v$  durant une période  $T_h$  de  $p(t)$  sera proportionnelle à la valeur de  $u_r(t)$  durant cette période. Ceci revient à dire que la moyenne  $V_{moy}(t)$  de  $v(t)$  sera, en tout instant, proportionnelle au signal de référence  $u_r(t)$  comme le montre la figure 4-25.

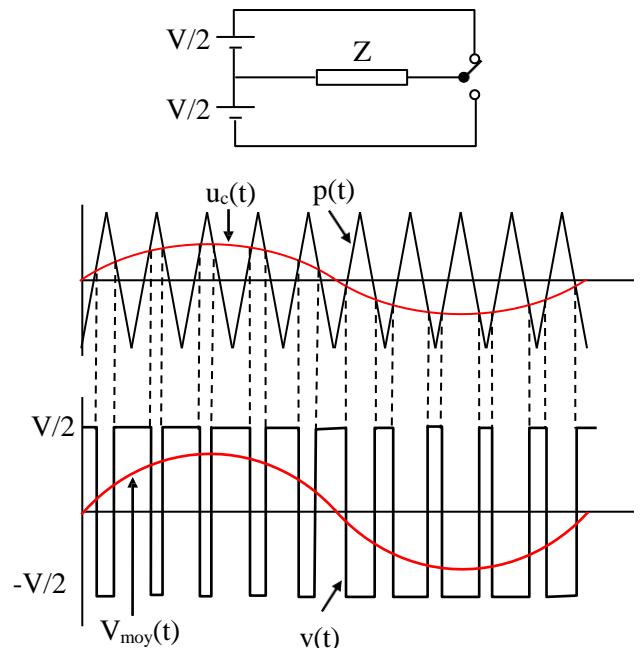


Fig. 4-25 Modulation sinusoïdale de la largeur d'impulsion

$$m_a = \frac{\text{Amplitude de } V_{\text{moy}}}{V/2} = \frac{\text{Amplitude } u_c(t)}{\text{Amplitude } p(t)}$$

est appelé rapport de modulation d'amplitude tandis que

$$m_f = \frac{f_h}{f} = \frac{T}{T_h}$$

est appelé modulation de fréquence.

**Remarque.** Pour supprimer les harmoniques pairs de  $v(t)$ , la période  $T$  de la référence  $u_r(t)$  doit être un multiple impair de la période  $T_h$  de  $p(t)$  c.à.d.  $m_f$  doit être un entier impair.

Pour un onduleur triphasé, la technique précédente est appliquée à chacune des composantes d'une référence triphasée  $[u_{r1}, u_{r2}, u_{r3}]$ , la porteuse  $p(t)$  étant la même pour les trois signaux (fig. 4-26). Les rapports de modulation d'amplitude  $m_a$  et de fréquence  $m_f$  ont les mêmes définitions que ci-dessus et  $m_f$  doit être un multiple impair de 3 pour supprimer les harmoniques pairs et les harmoniques d'ordre  $3(2k + 1)$  et réduire au minimum la distorsion causée par ses harmoniques.

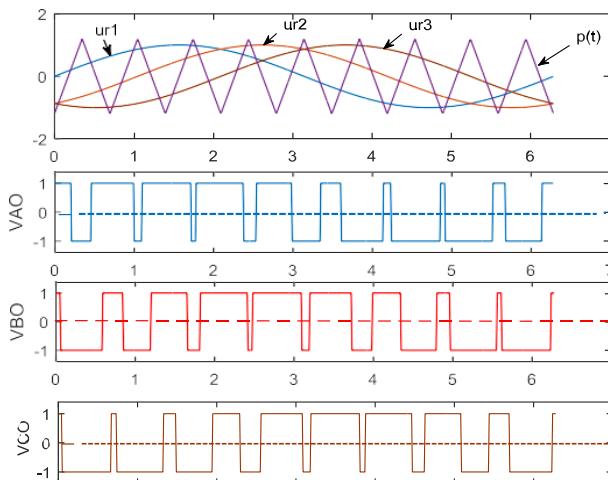


Fig. 4-26 Modulation SPWM triphasée.

**Modulation SVM.** La modulation PWM par vecteur d'espace (SVM) est plus complexe que la modulation PWM sinusoïdale (SPWM) décrite ci-dessus mais elle aboutit à une distorsion harmonique plus faible et une meilleure exploitation de la source continue. Nous avons vu qu'à chaque période  $T_h$  de la porteuse triangulaire  $p(t)$ , la méthode SPWM

consiste à remplacer la moyenne durant  $T_h$  de chaque composante de la tension de référence par une combinaison de la forme  $(T_p V/2 - T_n V/2)/T_h (= V_{\text{moy}})$  avec  $T_p + T_n = T_h$ . De même, à chaque petit intervalle de temps  $T_h$ , la méthode SVM remplace la moyenne  $V_{\text{ref}}$  durant  $T_h$  d'un vecteur  $u_p$  représentant la tension de référence  $u_r = [u_{r1}, u_{r2}, u_{r3}]$  par une combinaison de la forme  $(T_a V_a + T_b V_b + T_0 \times 0/T_h)$  avec  $T_a + T_b + T_0 = T_h$ . Les durées  $T_a$ ,  $T_b$ ,  $T_0$  et les vecteurs  $V_a$ ,  $V_b$  seront déterminées dans ce qui suit.

Le vecteur  $u_p$  n'est autre que la transformée de Park de la tension triphasée  $u_r$  de référence. Rappelons que cette transformation est la projection de trois vecteurs unitaires  $e_a$ ,  $e_b$  et  $e_c$ , séparés l'un de l'autre de  $120^\circ$ , sur un repère orthogonal  $d$ - $q$  comme le montre la figure 4-26. Le vecteur  $u_p = [u_d, u_q]$  est donc lié au vecteur  $u_r = [u_{r1}, u_{r2}, u_{r3}]$  par la relation

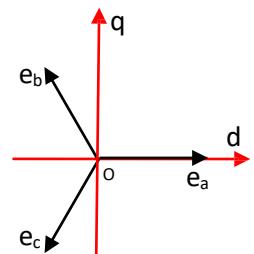


Fig. 4-26 Repères  $e_a$ - $e_b$ - $e_c$  et  $d$ - $q$

$$u_p = Ku_r$$

avec

$$K = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}. \quad (4-19)$$

Le facteur  $2/3$  est introduit pour que l'amplitude a de la référence triphasée  $u_r$  soit égale à l'amplitude de sa représentation  $u_p$ . En effet,

$$\begin{aligned} u_d &= \frac{2}{3} \left[ a \cos \omega t - \frac{a}{2} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - \frac{a}{2} \cos \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \\ &= a \cos \omega t \\ u_q &= \frac{2}{3} \left[ \frac{a\sqrt{3}}{2} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - \frac{a\sqrt{3}}{2} \cos \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \\ &= a \sin \omega t. \end{aligned}$$

On voit que quand  $t$  varie l'extrémité du vecteur  $u_p$  décrit un cercle de rayon  $a$  avec une vitesse  $\omega$ .

Subdivisons le temps en des petits intervalles  $T_h$ . Entre les deux instants  $kT_h$  et  $(k+1)T_h$ , le vecteur  $u_p$  correspondant à une référence triphasée d'amplitude  $a$  et de fréquence  $\omega$  est presque égale à

$$V_{\text{ref}} = [a \cos \omega k T_h \ a \sin \omega k T_h]^T. \quad (4-20)$$

Comme nous l'avons signalé ci-dessus, il s'agit d'approximer  $V_{\text{ref}}$  par une combinaison de la forme  $(T_a V_a + T_b V_b + T_0 \times 0)T_h$  avec  $T_a + T_b + T_0 = T_h$ . Chacun des vecteurs  $V_a$  et  $V_b$  est la transformée de Park d'une tension triphasée appliquée à la charge de l'onduleur de la figure 4-22. Si l'on convient que les contacts d'une branche de cet onduleur doivent être complémentaires c.à.d. si l'un est fermé (de valeur logique 1), l'autre est ouvert (de valeur logique 0), l'onduleur aura  $2^3 = 8$  états possibles définis par les valeurs logiques des contacts supérieurs  $Q_1, Q_3$  et  $Q_5$ . Pour réduire le nombre de commutations, le code binaire d'un état  $E_i$ ,  $i = 0, \dots, 7$ , se déduit du précédent en modifiant une seule des composantes comme le montre le tableau 2. À chaque état correspond un vecteur de tensions  $V_{\text{ch}} = [V_{AO}, V_{BO}, V_{CO}]$  définis par les vecteurs (4-18) ou la formule (4-18'). D'après cette formule, si une seule composante de l'état est 1, elle lui correspond la tension  $2V/3$  et aux deux autres la même tension  $-V/3$  et si une seule composante de l'état est 0, elle lui correspond la tension  $-2V/3$  et aux deux autres la même tension  $V/3$ . Pour les états  $(1, 1, 1)$  ou  $(0, 0, 0)$ ,  $V_{AO} = V_{BO} = V_{CO} = 0$ . Enfin, l'image du vecteur  $V_{\text{ch}} = [V_{AO}, V_{BO}, V_{CO}]$  par la transformation  $K$  donnée par (4-19) est la représentation  $V_i = [v_a; v_b]$  de  $V_{\text{ch}}$ .

Le tableau 2 donne, pour chaque état de l'onduleur, son code, la tension triphasée  $V_{\text{ch}}$  appliquée à la charge et le vecteur  $V_i$  qui la représente dans le plan de Park d-q. Dans ce tableau, les valeurs des tensions et leurs transformées doivent être multipliées par la tension  $V$  de la source.

État	Code	$V_{\text{ch}}$	$(3/2)V_i$
$E_0$	$(0, 0, 0)$	$[0, 0, 0]$	0
$E_1$	$(1, 0, 0)$	$[2/3, -1/3, -1/3]$	$[1; 0] = e^{j0}$
$E_2$	$(1, 1, 0)$	$[1/3, 1/3, -2/3]$	$[1/2; 3^{1/2}/2] = e^{j\pi/3}$
$E_3$	$(0, 1, 0)$	$[-1/3, 2/3, -1/3]$	$[-1/2; 3^{1/2}/2] = e^{j2\pi/3}$
$E_4$	$(0, 1, 1)$	$[-2/3, 1/3, 1/3]$	$[-1; 0] = e^{j\pi}$
$E_5$	$(0, 0, 1)$	$[-1/3, -1/3, 2/3]$	$[-1/2; -3^{1/2}/2] = e^{j4\pi/3}$
$E_6$	$(1, 0, 1)$	$[1/3, -2/3, 1/3]$	$[1/2; -3^{1/2}/2] = e^{j5\pi/3}$
$E_7$	$(1, 1, 1)$	$[0, 0, 0]$	0

Tableau 2

La dernière colonne de ce tableau montre que les vecteurs  $V_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$ , sont de même module  $2V/3$  et séparés l'un du précédent de  $\pi/3$ . Ils subdivisent un hexagone en 6 secteurs  $S_1, \dots, S_6$  comme le montre la figure 4-27. Les vecteurs  $V_0$  et  $V_7$  sont confondus avec l'origine.

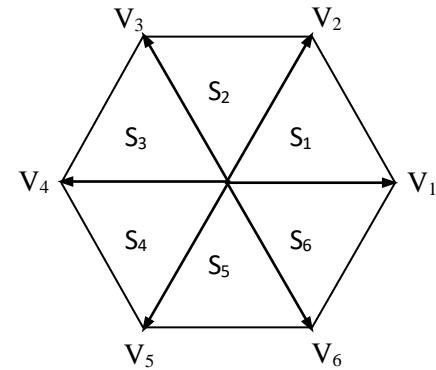


Fig. 4-27 Hexagone des vecteurs  $V_i$

D'après (4-20), l'amplitude et l'argument du vecteur  $V_{\text{ref}}$  représentant la moyenne durant l'intervalle  $[kT_h, (k+1)T_h]$  d'une tension de référence  $u_r$  d'amplitude  $a$  et de fréquence  $\omega$  sont

$$|V_{\text{ref}}| = a \quad \text{et} \quad \theta_k = \omega k T_h. \quad (4-21)$$

Si le vecteur  $V_{\text{ref}}$  appartient au secteur  $S_n$  limité par les vecteurs  $V_a = V_n$  et  $V_b = V_{n+1}$ , on peut le décomposer en deux vecteurs portés par  $V_a$  et  $V_b$  comme le montre la figure 4-28 où

$$\alpha = \theta_k - (n-1)\frac{\pi}{3}. \quad (4-22)$$

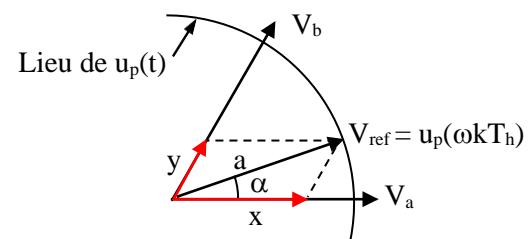


Fig. 4-28 Décomposition de  $V_{\text{ref}}$

De cette figure on déduit que

$$V_{ref} = x \frac{V_a}{2V/3} + y \frac{V_b}{2V/3}.$$

où x et y vérifient

$$a \cos \alpha = x + y \cos(\pi/3) = x + y/2$$

$$\text{et } a \sin \alpha = y \sin(\pi/3) = y\sqrt{3}/2.$$

$$\text{D'où } y = \frac{2a}{\sqrt{3}} \sin \alpha \text{ et } x = \frac{2a}{\sqrt{3}} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right).$$

Ainsi, la combinaison  $V_{ref} = (T_a V_a + T_b V_b + T_0 \times 0) / T_h$  sera vérifiée si

$$\begin{aligned} T_a &= \frac{x}{2V/3} = T_h \frac{a\sqrt{3}}{V} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right), \\ T_b &= \frac{y}{2V/3} = T_h \frac{a\sqrt{3}}{V} \sin \alpha, \\ T_0 &= T_h - T_a - T_b. \end{aligned} \quad (4-23)$$

La tension relative à  $V_a$  sera appliquée à la charge durant un temps  $T_a$ , celle relative à  $V_b$  durant  $T_b$  et une tension nulle relative à  $V_0$  ou  $V_7$  sera appliquée durant  $T_0$ .

Comme  $T_0 \geq 0$ , on déduit de (4-23) que, pour tout  $\alpha \in [0, \pi/3]$ ,

$$\frac{a\sqrt{3}}{V} \left[ \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \sin \alpha \right] \leq 1 \Rightarrow a \leq \frac{V}{\sqrt{3} \sin(\alpha + \pi/3)}$$

Par conséquent, l'amplitude a de  $V_{ref}$  c.à.d. du signal de référence  $u_r$  ne doit pas dépasser  $a_{max} = V/\sqrt{3}$ .

Remarquer que l'amplitude maximum qu'on peut obtenir par la modulation SPWM est  $V/2$  (voir figure 4-25). La modulation SVM augmente donc cette amplitude de  $2/\sqrt{3}$  fois soit d'environ 15%.

Il reste à indiquer les moments où chacune des tensions triphasées représentées par  $V_0$ ,  $V_a$ ,  $V_b$  et  $V_7$  doit être appliquée à la charge durant chaque intervalle  $T_h$  afin de minimiser les commutations des contacts. Pour 2 intervalles  $T_h$  successifs appartenant au secteur 1 limité par  $V_1$  et  $V_2$  de codes (1, 0, 0) et (1, 1, 0), la figure 4-29 montre en gris les durées où les contacts  $Q_1$ ,  $Q_3$  et  $Q_5$  se ferment. Les contacts  $Q_4$ ,

$Q_6$  et  $Q_2$  sont les compléments de  $Q_1$ ,  $Q_3$  et  $Q_5$ .

	T <sub>h</sub>			T <sub>h</sub>				
	T <sub>0/2</sub>	T <sub>a</sub>	T <sub>b</sub>	T <sub>0/2</sub>	T <sub>0/2</sub>	T <sub>b</sub>	T <sub>a</sub>	T <sub>0/2</sub>
Q <sub>1</sub>								
Q <sub>3</sub>								
Q <sub>5</sub>								
	V <sub>0</sub>	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>7</sub>	V <sub>7</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>1</sub>	V <sub>0</sub>

Tableau 3

Remarquer que, grâce à la symétrie entre deux intervalles  $T_h$  consécutifs, l'état d'un contact ne change qu'une seule fois durant  $T_h$  et que la durée où  $Q_1$  reste fermé est la plus longue car la première composante des codes des deux vecteurs  $V_1$  et  $V_2$  a la même valeur 1.  $Q_5$  a la plus petite durée de fermeture car la troisième composante de  $V_1$  et de  $V_2$  est 0.

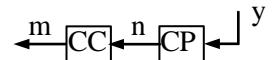
Dans le secteur 2 limité par les vecteurs  $V_2$  et  $V_3$  de codes (1, 1, 0) et (0, 1, 0), c'est  $Q_3$  qui a la plus grande durée de fermeture puis  $Q_1$  puis  $Q_5$ . Dans le secteur 3 limité par les vecteurs  $V_3$  et  $V_4$  de codes (0, 1, 0) et (0, 1, 1),  $Q_3$  a de nouveau la plus grande durée de fermeture puis  $Q_5$  puis  $Q_1$ . Le même principe s'applique aux autres secteurs.

## B – TRANSMETTEURS

Comme nous l'avons signalé à l'introduction, le rôle d'un transmetteur est de mesurer la réponse du système commandé puis de la transmettre au comparateur sous forme d'un signal m ayant la même nature que le signal de référence r (voir figure 4-1). Le plus souvent r et m sont des signaux électriques de faible puissance.

### 4-3 SPÉCIFICATIONS.

Le transmetteur est généralement constitué d'un capteur (CP) et d'un circuit de conditionnement (CC).



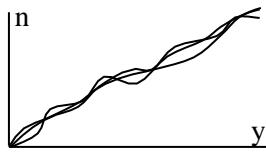
Sous l'effet de la réponse y du système commandé (stimulant) le capteur produit un signal n de nature physique quelconque et le circuit de conditionnement transforme le signal n en un signal m comparable en grandeur et en nature avec la

référence r.

Les spécifications d'un capteur concernent au moins les propriétés suivantes :

a) Fidélité. Idéalement, en appliquant à l'entrée d'un capteur la même entrée  $y$ , il doit produire à sa sortie la même réponse  $n$ . En fait, à cause de l'effet des perturbations externes (température, humidité, bruits électromagnétiques, ...) ou internes (variation des paramètres du capteur), la réponse  $n$  à une entrée  $y$  est aléatoire ne produisant pas exactement le même résultat d'une expérience à l'autre (fig. 4-30).

Fig. 4-30 Réponses du capteur pour différentes expériences



Si  $I = [y_1, y_2]$  est l'étendu d'utilisation du capteur et si, pour une entrée  $y \in I$ ,  $\sigma(y)$  est l'écart type de  $n$  et  $\bar{n}(y)$  sa moyenne en  $y$ , le capteur est d'autant plus fidèle que le facteur de dispersion

$$D = \max_y [\sigma(y) / \bar{n}(y)] \quad (4-25)$$

est faible.

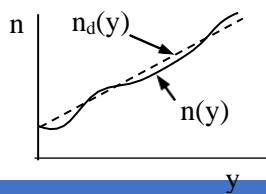
b) Sensibilité. Un capteur est sensible s'il est capable de détecter des faibles variations du stimulant  $y$ . La sensibilité  $S$  se définit par la variation relative de la réponse  $n$  par unité de variation relative de  $y$ , c.à.d.

$$S_c = \left| \frac{dn/n}{dy/y} \right| = \left| \frac{y \, dn}{n \, dy} \right|. \quad (4-26)$$

Par exemple, pour  $n = ay^\alpha$ ,  $S_c = |\alpha| \forall a, \alpha$  et  $y$ .

c) Linéarité. Un capteur linéaire est le plus simple à employer mais aucun capteur n'est tout à fait linéaire. Sa fonction caractéristique  $n(y)$  peut être voisine d'une certaine droite  $n_d(y) = ky + a$  sans se confondre complètement avec elle (fig. 4-31).

Fig. 4-31 Approximation de  $n(y)$  par une droite



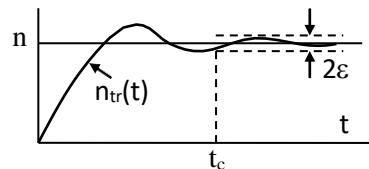
Le capteur est d'autant plus linéaire que le facteur

$$L_c = \max_{y \in I} \left| \frac{n(y) - n_d(y)}{n_d(y)} \right| \quad (4-27)$$

est faible,  $I = [y_1, y_2]$  étant l'étendu d'utilisation du capteur.

d) Rapidité. La réponse d'un capteur à un stimulant  $y$  n'est pas instantanée. Sa sortie passe par une période transitoire  $n_{tr}(t)$  avant de se stabiliser à sa valeur finale  $n$  (fig. 4-32).

Fig. 4-32 Période transitoire d'un capteur



Un capteur est d'autant plus rapide que son temps de stabilisation défini par

$$t_c = \min \{t_s \mid \forall t \geq t_s, |n_{tr}(t) - n| \leq \varepsilon\} \quad (4-28)$$

est faible,  $\varepsilon$  étant un nombre suffisamment petit.

Au capteur est généralement connecté un circuit de conditionnement qui a pour rôle

- le filtrage des hautes fréquences provenant des perturbations externes ou de la nature des signaux produits par le capteur (modulation, petit sauts, ...)
- La compensation des imperfections du capteur (non linéarité, faible sensibilité, lenteur, ...)
- La transmission fidèle de la sortie  $n$  jusqu'au circuit de commande quand ce dernier est éloigné du transmetteur.

Avant de construire des circuits de conditionnement pouvant effectuer les opérations précédentes, il convient au préalable d'introduire succinctement la notion de fonction de transfert et le fonctionnement de l'amplificateur opérationnel. Une étude plus détaillée sur ces sujets sera donnée dans la troisième partie de ces notes.

**Fonction de transfert.** Considérons un système d'entrée  $u$  et de sortie  $y$  liées par une équation

différentielle linéaire d'ordre n :

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y \\ = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + \cdots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u. \end{aligned} \quad (4-29)$$

Rappelons que la solution de cette équation est de la forme  $y = y_h + y_p$  où  $y_h$  est la solution de l'équation homogène sans second membre ( $u = 0$ ) et  $y_p$  est une solution particulière de l'équation (4-29) avec son second membre ( $u \neq 0$ ). La solution de l'équation homogène a pour expression

$$y_h(t) = c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t} + \cdots + c_n e^{p_n t} \quad (4-30)$$

où les  $c_i$  sont des constantes dépendantes des conditions initiales  $y(0), y'(0), y''(0), \dots, y^{n-1}(0)$ , et les  $p_i$  sont les racines de l'équation caractéristique

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0 = 0. \quad (4-31)$$

On dit que le système est stable si  $y_h(t) \rightarrow 0$  lorsque  $t \rightarrow \infty$ . L'expression (4-30) montre que le système est stable si et seulement si la partie réelle de toutes les racines  $p_i$  de (4-31) est strictement négative. À remarquer que (4-31) se déduit de l'équation homogène de (4-29) en remplaçant l'opérateur de dérivation  $d/dt$  par  $s$  et que  $y_h$  est la même quel que soit le second membre. Par contre, une solution particulière  $y_p$  de (4-29) dépend du second membre. Considérons deux cas importants :

a)  $u = u_0 = c^t e$  Dans ce cas le second membre se réduit à la constante  $b_0 u_0$  et une solution particulière de (4-29) s'obtient en prenant  $y = c^t e$  ce qui donne :

$$y_p = \frac{b_0}{a_0} u_0.$$

À remarquer que  $b_0 / a_0 = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$  où

$$G(s) = \frac{b_m s^m + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \cdots + a_1 s + a_0}, \quad s \in C \quad (4-32)$$

est appelée fonction de transfert du système. Les racines du numérateur sont les zéros de  $G(s)$  et les

racines du dénominateur (du polynôme caractéristique) sont ses pôles. D'après (4-30),  $y_h(t)$  tend d'autant plus rapidement vers 0 que les parties réelles des pôles  $p_i$  sont négatives. En d'autres termes, plus les  $p_i$  sont éloignés de l'axe des imaginaires vers la gauche plus vite la réponse arrive à sa valeur limite  $y_L = y_p$ .

b)  $u = a \cos \omega t$ . Cette entrée peut aussi s'écrire sous la forme  $u = a(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})/2$ . Grâce à la linéarité de (4-29), sa réponse à  $u$  est  $y = a(y_1 + y_2)/2$  où  $y_1$  et  $y_2$  sont respectivement les réponses à  $e^{j\omega t}$  et  $e^{-j\omega t}$ .

La solution (4-30) de l'équation homogène est la même pour toutes les entrées et si le système est stable  $y_h(t)$  tend vers 0 quand  $t \rightarrow \infty$ . Une solution particulière à l'entrée  $u = e^{j\omega t}$  s'obtient en prenant  $y_1 = A_1 e^{j\omega t}$ . En remplaçant  $y$  par  $y_1$  dans (4-29) et  $u$  par  $e^{j\omega t}$ , le facteur  $e^{j\omega t}$  se simplifie et on obtient  $A_1 = G(j\omega)$  où  $G(s)$  est la fonction de transfert définie par (4-32). De même, une solution particulière à  $e^{-j\omega t}$  est  $y_2 = A_2 e^{-j\omega t}$  où  $A_2 = G(-j\omega)$ . Le nombre complexe  $G(j\omega)$  peut s'écrire sous la forme  $|G(j\omega)| e^{j\varphi}$  où  $\varphi$  est l'argument de  $G(j\omega)$ . Par conséquent, la réponse permanente (après la disparition de  $y_h(t)$ ) à l'entrée sinusoïdale  $u = a \cos \omega t$  est

$$\begin{aligned} y_p(t) &= \frac{a}{2} [ |G(j\omega)| e^{j\varphi} e^{j\omega t} + |G(-j\omega)| e^{-j\varphi} e^{-j\omega t} ] \\ &= a |G(j\omega)| \cos(\omega t + \varphi). \end{aligned} \quad (4-33)$$

Ainsi, la réponse permanente à une entrée sinusoïdale est sinusoïdale de même fréquence que l'entrée mais déphasée de  $\varphi$ . Son amplitude est égale à celle de l'entrée multipliée par  $|G(j\omega)|$  qui est appelé *gain* du système à la fréquence  $\omega$ . Pour une fréquence donnée  $\omega$ , le système amplifie l'entrée si  $|G(j\omega)| > 1$  et il l'atténue si  $|G(j\omega)| < 1$ .

**Amplificateur opérationnel.** C'est un circuit intégré ayant deux entrées, l'une notée + et l'autre -, et une sortie. Il a aussi d'autres bornes dont deux pour l'alimentation et deux pour le calibrage mais ces bornes n'interviennent pas dans la suite et elles ne seront pas représentées.

L'amplificateur opérationnel (Ampli-OP) jouit des propriétés essentielles suivantes :

- Le courant qui traverse les entrées + et - est presque nul.
- La différence de potentiel entre l'entrée + et l'entrée - est presque nulle.

Considérons le circuit de la figure 4-33 où le triangle représente un amplificateur opérationnel avec ses entrées + et - et sa sortie v.

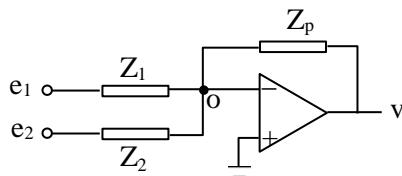


Fig.4-33 Circuit autour d'un Ampli-Op

Le potentiel au point 0 est nul puisque  $V_- = V_+ = 0$  et comme le courant qui traverse l'entrée - est nul, on a :  $e_1/Z_1 + e_2/Z_2 + v/Z_p = 0$ . Ceci se généralise à un nombre d'entrées n quelconque c.à.d.

$$v = -\sum_{i=1}^n \frac{Z_p}{Z_i} e_i. \quad (4-34)$$

De cette formule, on tire les cas particuliers suivants :

- Pour  $n = 1$  et  $Z_1 = Z_p$  on obtient un inverseur dont la sortie v est l'opposée de l'entrée e.
- Quand  $Z_p$  et  $Z_i$  sont des résistances  $R_p$  et  $R_i$ , la sortie est une combinaison linéaire des entrées. En particulier, quand  $R_p = R_i \forall i$  la sortie est l'opposée de la somme des entrées (additionneur).
- Si  $Z_p$  est l'impédance d'une capacité C c.à.d. si  $Z_p = 1/Cs$ , 1/s étant le symbole d'intégration, et si les  $Z_i$  sont des résistances  $R_i$ , l'équation (4-34) devient :

$$v = -\frac{1}{s} \sum_{i=1}^n \frac{1}{CR_i} e_i. \quad (4-35)$$

La sortie est donc l'opposée de l'intégral d'une combinaison linéaire des entrées (intégrateur).

La relation (4-34) et ses cas particuliers permettent de construire un circuit électronique dont l'entrée et la sortie sont liées par une équation différentielle linéaire donnée. Soit, par exemple, l'équation

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 5y = \frac{du}{dt} + u.$$

En remplaçant  $d/dt$  par  $s$ , l'équation précédente prend la forme

$$s^2y + 2sy + 5y = su + u.$$

Divisons cette équation par la plus grande puissance  $s^2$  et arrangeons les termes de sorte à obtenir une forme imbriquée de la formule (4-35) :

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{s} \left[ 2y - u - \frac{1}{s}(-5y + u) \right] \\ &= -\frac{1}{s} \left[ \frac{1}{1/2}y - \frac{1}{1}u + \frac{1}{1}v \right] \\ \text{avec } v &= -\frac{1}{s} \left( -\frac{1}{1/5}y + \frac{1}{1}u \right). \end{aligned}$$

Choisissons  $C = 1\mu F$  et les  $R_i$  en  $M\Omega$ . On commence par construire le circuit qui produit  $y$  en fonction de  $y$ ,  $-u$  et  $v$  puis on lui ajoute le circuit qui produit  $v$  en fonction de  $-y$  et  $u$ . Pour simplifier le dessin (fig. 4-34), on ne représente pas l'entrée + des Ampli-OP.

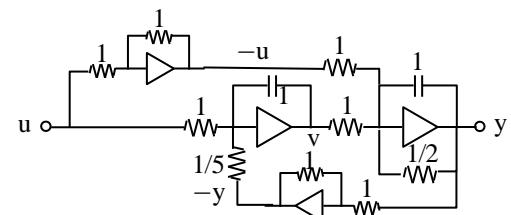


Fig. 4-34 Réalisation d'une équation différentielle

## 4-4 CONDITIONNEMENT

Le capteur est généralement suivi d'un circuit de conditionnement qui assure certaines opérations dont les plus importantes sont le filtrage des bruits, la compensation de la non-linéarité, l'accélération de la mesure et la transmission fidèle jusqu'à l'organe de commande.

**Filtrage des bruits.** Souvent au signal n produit par le capteur se superposent des bruits causés par des perturbations externes ou par la constitution du capteur lui-même. Généralement, les fréquences de

ces bruits sont beaucoup plus élevées que les fréquences contenues dans le signal principal. Pour les filtrer, il suffit d'atténuer suffisamment les harmoniques de hautes fréquences.

Si le signal  $n$  fourni par le capteur traverse un circuit de fonction de transfert  $G(s)$  telle que,  $\forall \omega > \omega_b$ ,  $|G(j\omega)| \leq 1$ , les bruits de fréquences supérieures à  $\omega_b$  seront atténués. Par exemple, pour un circuit de fonction de transfert  $G(s) = 1/(1 + s/\omega_b)$  on a :

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + j(\omega/\omega_b)} \quad \text{et} \quad |G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_b)^2}}.$$

On voit que si les fréquences  $\omega$  contenues dans le signal principal de  $n$  sont beaucoup plus petites que  $\omega_b$ ,  $|G(j\omega)| \approx 1$  et le signal principal traverse le circuit presque sans modification. D'un autre côté, si les fréquences  $\omega$  des bruits sont suffisamment plus grandes que  $\omega_b$ ,  $|G(j\omega)| \approx 0$  et les bruits seront filtrés.

La puissance d'un harmonique d'amplitude  $a$  et de fréquence  $\omega$  est  $a^2$ . Quand il traverse le circuit, sa puissance devient  $a^2|G(j\omega)|^2$ . Comme  $|G(j\omega_b)|^2 = 1/2$ , les harmoniques de fréquence  $\omega < \omega_b$  conservent à la sortie du circuit plus que la moitié de leur puissance tandis que les harmoniques de fréquence  $\omega > \omega_b$  perdent plus que la moitié de leur puissance. L'intervalle  $[0, \omega_b]$  est appelé la bande passante du filtre.

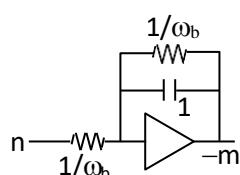
Pour réaliser physiquement ce filtre, il suffit de suivre la méthode donnée au sous-paragraphe précédent. L'équation différentielle relative à la fonction de transfert  $m/n = G(s) = 1/(1 + s/\omega_b)$  est

$$sm + \omega_b m = \omega_b n \Rightarrow m = -\frac{1}{s} \left( \frac{1}{1/\omega_b} m - \frac{1}{1/\omega_b} n \right)$$

$$\text{ou} \quad -m = -\frac{1}{s} \left( \frac{1}{1/\omega_b} (-m) + \frac{1}{1/\omega_b} n \right).$$

d'où le circuit de la figure 4-35.

Fig. 4-35 Filtre de premier ordre



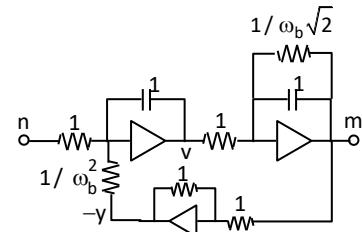
Remarquer que la sortie est  $-m$  et non  $m$ . Pour économiser un inverseur, il suffit d'additionner la sortie de ce filtre à la référence  $r$  au lieu de la retrancher.

Un meilleur filtrage peut être obtenu par un filtre de second ordre de type *Butterworth* dont la fonction de transfert est de la forme :

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{\omega_b^2}{s^2 + (\omega_b \sqrt{2})s + \omega_b^2}. \\ \text{D'où} \quad G(j\omega) &= \frac{\omega_b^2}{(\omega_b^2 - \omega^2) + j\omega_b \omega \sqrt{2}} \\ \Rightarrow \quad |G(j\omega)| &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_b)^4}}. \end{aligned}$$

$|G(j\omega)|$  tend donc rapidement vers 1 quand  $\omega$  décroît à partir de  $\omega_b$  et tend rapidement vers 0 quand  $\omega$  croît à partir de  $\omega_b$ . Par conséquent, comparé au filtre de premier ordre précédent, ce circuit, représenté par la figure 4-36, laisse passer le signal principal de  $n$  plus fidèlement et filtre mieux les bruits.

Fig. 4-36 Filtre de Butterworth



**Compensation de la non-linéarité.** Si la caractéristique du capteur est donnée par la relation  $n = f(y)$  où  $f$  est une fonction non linéaire inversible, on compense cette non-linéarité en connectant la sortie  $n$  du capteur à un circuit de caractéristique  $m = f^{-1}(n)$  ce qui donne un signal  $m$  égal à  $y$ . Graphiquement, la fonction  $f^{-1}$  est la symétrique de  $f$  par rapport à la première bissectrice (fig. 4-37).

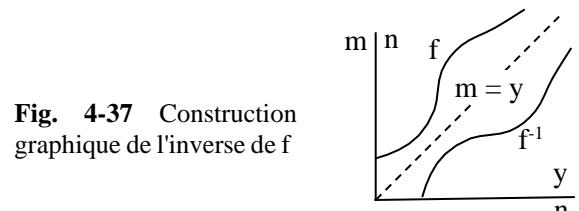


Fig. 4-37 Construction graphique de l'inverse de  $f$

Il s'agit de réaliser physiquement la fonction  $f^{-1}$ . Une technique commence par approximer cette fonction par une fonction polygonale  $p$  comme le montre la figure 4-38 où les  $a_i$  sont les pentes des segments de la ligne brisée  $p$  et  $(m - h)/a_2 = n - n_1$ .

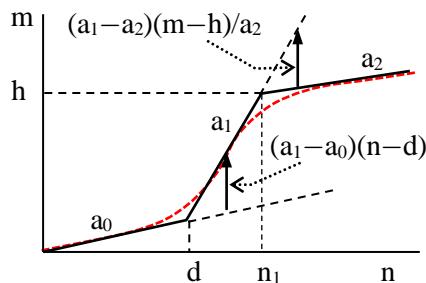


Fig. 4-38 Approximation de  $f^{-1}$  par une fonction polygonale

La fonction  $p$  peut être définie par les équations suivantes :

Pour  $n \leq d$ ,

$$m = a_0 n,$$

pour  $n > d$  et  $m < h$ ,

$$m = a_0 n + (a_1 - a_0)(n - d),$$

pour  $m \geq h$ ,

$$m = a_0 n + (a_1 - a_0)(n - d) + (a_1 - a_2)(-m + h) / a_2.$$

Posons  $R_0 = 1/a_0$  et

$$R_1 = \begin{cases} \infty & \text{si } n \leq d \\ \frac{1}{a_1 - a_0} & \text{si } n > d \end{cases}, \quad R_2 = \begin{cases} \infty & \text{si } m \leq h \\ \frac{a_2}{a_1 - a_2} & \text{si } m > h. \end{cases}$$

L'équation d'un nouveau segment de  $p$  s'obtient en ajoutant à l'équation du segment précédent un terme  $(n-d)/R_1$  si la pente augmente, un terme  $(-m+h)/R_2$  si la pente diminue et les équations de ces segments peuvent se grouper en une seule :

$$-m = -\left[ \frac{1}{R_0} n + \frac{1}{R_1} (n - d) + \frac{1}{R_2} (-m + h) \right].$$

Sachant qu'une diode présente une résistance nulle quand la tension qui lui est appliquée est positive et une résistance infinie quand cette tension est négative, l'équation précédente, qui est une combinaison linéaire de  $n$ ,  $(n - d)$  et  $(-m + h)$ , se réalise par le circuit de la figure 4-39.

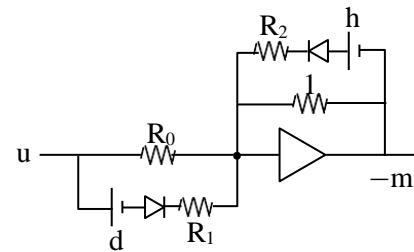
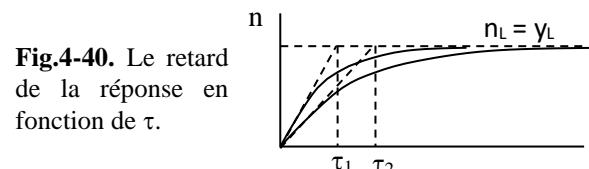


Fig. 4-39 Compensateur de non-linéarité

**Compensation du retard.** Nous avons signalé que la réponse  $n$  d'un capteur à un stimulant  $y$  met un certain temps pour se stabiliser. Supposons que pour une entrée constante  $y = y_L$ , cette réponse évolue à partir de 0 selon l'équation différentielle

$$\frac{dn}{dt} + \frac{1}{\tau} n = \frac{1}{\tau} y, \quad y = y_L, \quad (4-36)$$

dont la solution est  $n(t) = y_L(1 - e^{-t/\tau})$ . Elle croît avec une pente à l'origine égale à  $y_L/\tau$  et se stabilise à la valeur  $n_L = y_L$ . La figure (4-40) montre que le temps de stabilisation est d'autant plus petit que la constante de temps  $\tau$  est petite.



En remplaçant dans (4-36)  $d/dt$  par  $s$ , on peut écrire :

$$n = G(s)y \quad \text{avec} \quad G(s) = \frac{1/\tau}{s + 1/\tau}$$

$G(s)$  est la fonction de transfert du capteur. Connectons la sortie  $n$  du capteur à une boucle dont la chaîne directe est un amplificateur de gain  $K$  et la chaîne de retour est un circuit  $Cr$  de même fonction de transfert  $G(s)$  que le capteur  $Cp$  (fig. 4-41).

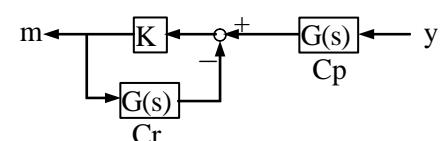


Fig. 4-41 Compensateur de retard connecté à un capteur.

De cette figure on déduit que

$$m = K[G(s)y - G(s)m] \Rightarrow m = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)}y.$$

En remplaçant  $G(s)$  par son expression, on obtient :

$$m = \frac{K/\tau}{s + 1/\tau + K/\tau}y = \frac{K/\tau}{s + 1/\tau_c}y, \quad \tau_c = \frac{\tau}{1+K}.$$

On voit que ce compensateur diminue la constante de temps de  $\tau$  à  $\tau_c$  qui est d'autant plus petite que  $K$  est grand. À une entrée constante  $y = y_L$ , la réponse stationnaire de ce système est

$$m_L = \frac{K\tau_c}{\tau}y_L = \frac{K}{1+K}y_L$$

qui tend vers  $y_L$  quand  $K \rightarrow \infty$ . Il n'est pas difficile de vérifier que le circuit de la figure 4-42 où  $R_p/R = K$  et  $RC = \tau$  est une réalisation de ce compensateur.

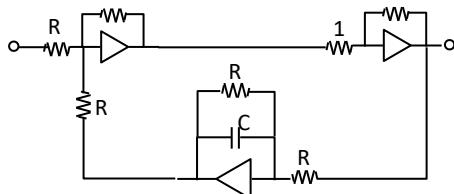


Fig. 4-42 Circuit d'un compensateur de retard

**Transmission fidèle.** Quand l'organe de commande est éloigné du capteur, il est préférable de transmettre la tension  $m$  sortant du circuit de conditionnement soit par voie hertzienne sous forme d'ondes électromagnétiques, soit par fil sous forme de courant au lieu d'une tension afin d'éviter la chute de tension à travers ce fil. Dans ce dernier cas, il s'agit de transformer la tension  $m$  en un courant  $i$ .

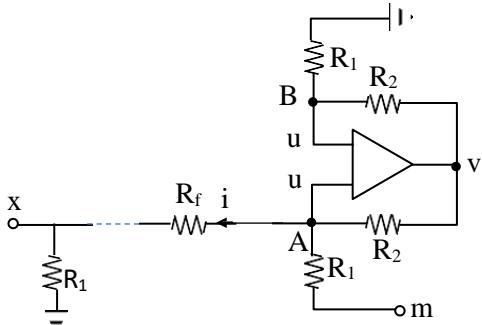


Fig. 4-43 Convertisseur tension-courant

La figure 4-43 représente un convertisseur électronique tension-courant. En effet, la loi de Kirchhoff appliquée aux nœuds A et B donne :

$$\left. \begin{array}{l} \text{En A : } \frac{m-u}{R_1} + \frac{v-u}{R_2} = i \\ \text{En B : } \frac{0-u}{R_1} + \frac{v-u}{R_2} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow i = \frac{m}{R_1} \Rightarrow x = R_1 i = m.$$

Ainsi, la tension  $m$  à la sortie du circuit de conditionnement est égale à la tension  $x$  à l'extrémité du fil indépendamment de sa résistance  $R_f$ .

## 4-5 TYPES DE CAPTEURS

Les capteurs peuvent être classifiés soit selon la nature du stimulant  $y$  soit selon leur principe physique. Nous adoptons dans ce texte cette dernière classification.

**Capteurs à résistance variable.** Ces capteurs exploitent la relation

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (4-37)$$

où  $R$  est la résistance d'un conducteur,  $\rho$  sa résistivité,  $L$  sa longueur et  $S$  sa section. Quand le stimulant  $y$  affecte l'un des paramètres  $\rho$ ,  $L$  ou  $S$ , la résistance  $R$  varie entraînant la variation d'une tension  $n$  qui devient une mesure de  $y$ .

a) Variation de L - Potentiomètre.

Un potentiomètre transforme un déplacement  $y$  en une tension électrique  $n$ . Il est constitué d'une résistance  $2R$  alimentée par  $\pm E$  volts et d'un curseur lié à la sortie  $n$ . La figure 4-44 représente un potentiomètre a) linéaire et b) rotatif qu'on connecte généralement à un autre circuit d'une certaine impédance d'entrée  $R_c$ .

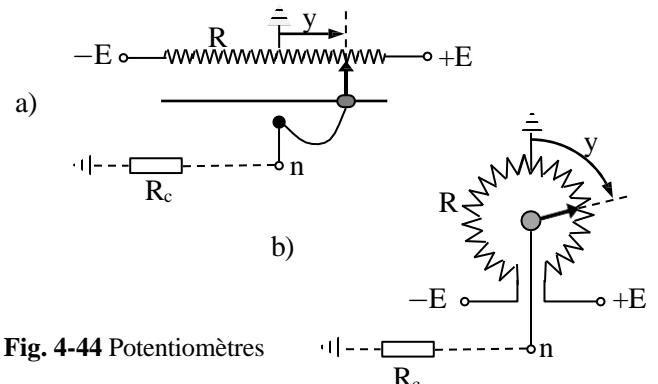


Fig. 4-44 Potentiomètres

En appliquant le théorème de Thévenin, chacun des circuits (a) et (b) est équivalent à celui de la figure (fig. 4-45) suivante où  $R_e = x(1-x)R$ ,  $x = y/y_M$ ,  $y_M$  étant la valeur maximum de  $y$ .

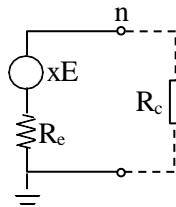
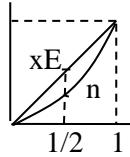


Fig. 4-45 L'équivalent d'un potentiomètre avec sa charge

Quand l'impédance  $R_c$  est infinie, le potentiomètre est linéaire,  $n = xE$ , mais si  $R_c$  est finie, on a :

$$n = \frac{xR_c}{x(1-x)R + R_c} E$$

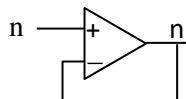
qui n'est pas linéaire comme le montre la figure ci-contre. Dans ce cas, le facteur de non-linéarité défini en (4-27) est



$$L_c = \max_{0 \leq x \leq 1} \left| 1 - \frac{R_c}{x(1-x)R + R_c} \right| = \frac{R}{R + 4R_c}.$$

Par exemple, si  $R_c \leq 9R$ ,  $L_c \geq 10\%$ .

Une solution consiste à intercaler entre la sortie du potentiomètre et le circuit d'impédance  $R_c$  un amplificateur suiveur (fig. ci-contre) qui transmet la tension de l'entrée à la sortie sans laisser passer le courant. On aura  $n = Ex \forall R_c$ .



Remarque. Si la résistance du potentiomètre est bobinée (fig. 4-46a), sa caractéristique est en escalier et sa résolution est limitée par le diamètre du fil (fig. 4-46b). Pour une meilleure résolution, on utilise parfois des potentiomètres à piste lisse (fig. 4-46c).

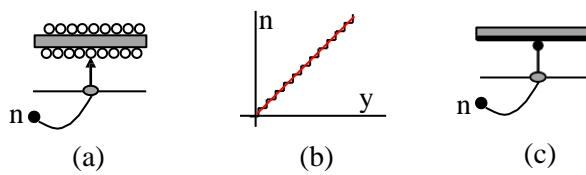


Fig. 4-46 Potentiomètres a) bobiné et lisse

### a) Variation de S - Capteur de niveau.

Une application de la variation de la résistance en fonction de sa section S est la mesure du niveau d'un liquide conducteur où plongent deux électrodes dont la distance  $L$  est fixée (généralement les électrodes sont coaxiales) (fig. 4-47).

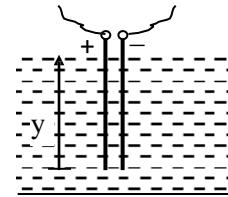


Fig. 4-47 Mesure du niveau par deux électrodes

Le liquide entre les deux électrodes constitue une résistance  $R$  dont la section est égale au produit de leur diamètre par le niveau  $y$ . Par conséquent  $R = c/y$  où  $c$  est une constante.

La transformation de  $y$  en une tension  $n$  peut s'effectuer à l'aide d'un pont de Wheatstone représenté à la figure 4-48 où  $R$  est la résistance entre les électrodes et  $R_d$  est un rhéostat (résistance variable). On supposera que la résistance  $R_1$  est constante, choisie beaucoup plus petite que le minimum de  $R$  qui correspond au maximum de  $y$ .

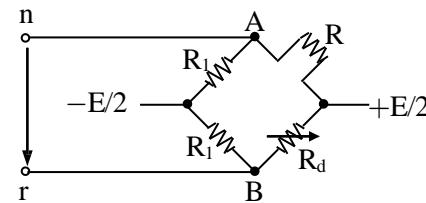


Fig. 4-48 Pont de Wheatstone pour la mesure de  $R$

Le pont diviseur appliquée en A et B donne :

$$V_A = \frac{R_1}{R + R_1} E \quad \text{et} \quad V_B = \frac{R_1}{R_d + R_1} E.$$

En prenant  $R_d = c/y_d$  où  $y_d$  est le niveau désiré et sachant que  $R_1 \ll R$  et  $R_d$  et que  $R = c/y$ , on tire

$$V_A - V_B = n - r = e = \frac{R_1 E}{c} (y - y_d).$$

Ainsi, on obtient à la sortie du pont de Wheatstone

une tension  $e$  qui mesure linéairement l'écart  $e$  entre le niveau effectif  $y$  et le niveau désiré  $y_d$ . Comme  $R_1$  a été négligé devant  $R$ , cette linéarité n'est pas parfaite mais généralement acceptable.

#### a) Variation de $\rho$ – Capteurs de température .

La résistivité  $\rho$  d'un conducteur métallique varie avec sa température  $t$  selon la relation linéaire  $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$  où  $\rho_0$  est la valeur de  $\rho$  à  $0^\circ\text{C}$  et  $\alpha$  est un facteur dépendant du métal. Si la longueur  $L$  et la section  $S$  de ce conducteur sont constantes, sa résistance  $R$  est une fonction linéaire de  $t$  :

$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad R_0 = \rho_0 L / S = c^{\text{te}}. \quad (4-38)$$

La résistance dans les capteurs de température de ce type, appelés *thermo-résistances*, est généralement en nickel ou en platine. Le tableau suivant donne les valeurs de  $\rho_0$  et de  $\alpha$  de ces deux métaux ainsi que l'étendue d'emploi du capteur correspondant.

	$\rho_0$ ( $\mu\Omega \cdot \text{cm}$ )	$\alpha \times 10^3$	Étendue
Ni	7.8	6.7	$-60^\circ < t < 180^\circ$
Pt	10.8	3.8	$-250^\circ < t < 1000^\circ$

Bien que la relation (4-38) soit approximative, les thermo-résistances ont une bonne linéarité mais leur sensibilité est faible. En effet, si  $T$  est la température absolue ( $= t + 273^\circ$ ), on a :

$$S_c = \frac{T}{R} \frac{dR}{dT} = \frac{T}{R} \frac{dR}{dt} = \frac{\alpha T}{1 + \alpha t}$$

qui montre que la résistance varie de 1.83% pour le nickel et 1.04% pour le platine par 1% de variation de la température autour de  $0^\circ\text{C}$ .

La sensibilité des semi-conducteurs aux variations de la température est nettement supérieure à celle des métaux. En effet, la résistance  $R$  d'un semi-conducteur est liée à la température absolue  $T$  par la relation

$$R = R_0 e^{b(T-T_273)} \quad (4-39)$$

où  $R_0$  est la résistance à  $0^\circ\text{C}$  et  $b$  est une constante valant quelques milliers selon le semi-conducteur employé et son dopage. La sensibilité est donc

$$S_c = \frac{T}{R} \frac{dR}{dT} = \frac{T}{R} \left( -\frac{b}{T^2} R \right) = -\frac{b}{T}.$$

Pour  $b = 4000$  et  $T = 273^\circ$ ,  $R$  varie de 14.6% quand la température varie de 1%.

Un capteur de température de ce type est appelé *thermistance*. Il a l'avantage d'être sensible mais l'inconvénient d'être non linéaire. Un circuit de compensation de la non-linéarité est parfois nécessaire (voir section 4-5) mais souvent on se contente d'améliorer la linéarité dans un certain domaine  $D$  de température simplement en connectant la thermistance à une résistance  $R_1$  en série ou en parallèle (fig. 4-49). Le choix de la résistance  $R_1$  doit minimiser le courant dans la thermistance afin d'éviter l'auto-échauffement.

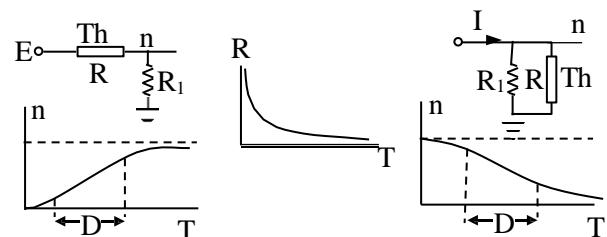
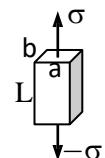


Fig. 4-49 Amélioration de la linéarité d'une thermistance

#### b) Variation simultanée de $\rho$ , $L$ et $S$ - Jauge de contrainte et extensomètre.

La figure ci-contre représente un conducteur de longueur  $L$  et de section rectangulaire de largeur  $a$  et de profondeur  $b$ . En appliquant dans le sens de la longueur une contrainte  $\sigma$  (force/section) les trois dimensions varient selon les lois suivantes :



$$\sigma = E \frac{dL}{L} \quad (\text{loi de Hook})$$

$$\frac{da}{a} = \frac{db}{b} = -\mu \frac{dL}{L} \quad (\text{loi de Poisson}).$$

Par conséquent, la section  $S$  du conducteur varie de  $dS = d(ab) = b(da + a.db)$  ou, en divisant par  $ab$ , on a :  $dS/S = -2\mu.dL/L$ . De même, le volume varie de  $dV = d(SL) = S.dL + L.ds$  ou  $dV/V = (1 - 2\mu)dL/L$ . Cette variation du volume déforme la structure interne du métal ce qui modifie la résistivité  $\rho$  selon la loi de Bridgman :  $d\rho/\rho = c.dV/V$ . Ainsi, la variation de la

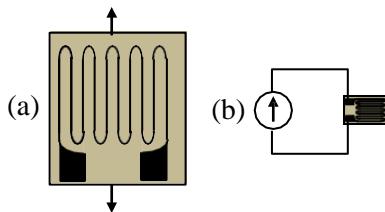
résistance  $R = \rho L/S$  du conducteur sous l'effet de la contrainte  $\sigma$  est

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dS}{S} = [c(1-2\mu) + (1+2\mu)] \frac{dL}{L}$$

ou  $\frac{dR}{R} = K \frac{dL}{L} = \frac{K}{E} \sigma. \quad (4-40)$

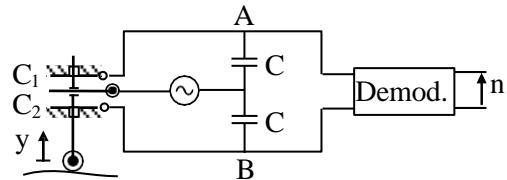
La constante  $K$ , appelé *constante extensométrique*, dépend des valeurs de  $\mu$  et  $c$  du matériau employé. Basé sur (4-40), on construit des jauge de contrainte ou des extensomètres servant à mesurer la pression ou l'elongation. La figure 4-50a représente un extensomètre à fil en constantan (alliage Cu-Ni) fixé sur un support en plastique ou en époxy qu'on colle sur la pièce à mesurer l'elongation. Comme dans les cas précédents, la mesure de la résistance se fait à l'aide d'un pont de Wheatstone ou, pour plus de précision, en la branchant à une source de courant (fig. 4-50b).

**Fig. 4-50**  
Extensomètre et mesure de sa résistance



**Capteurs à capacité variable.** La capacité d'un condensateur est donnée par  $C = \epsilon_0 \epsilon_r S/e$  où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide,  $\epsilon_r$  la permittivité relative du milieu entre les deux faces du condensateur,  $S$  la surface moyenne de ces faces et  $e$  leur distance. Si le stimulus  $y$  affecte l'un des paramètres  $e$ ,  $S$  ou  $\epsilon_r$ ,  $C$  varie et sa mesure indique la valeur de  $y$ .

a) Variation de  $e$  - Capteur de petits déplacements. La figure 4-51 représente un capteur qui comporte deux plaques fixes entre lesquelles se déplace une troisième plaque entraînée par une came en contact avec une surface dont on veut détecter ses petits déplacements ou ses ondulations éventuelles. Les capacités variables  $C_1$  et  $C_2$ , constituées par ces trois plaques, sont connectées à deux capacités constantes de même valeur  $C$  et à une source de tension alternative  $v = a \sin \omega t$  pour former un pont de Wheatstone capacitif. Ce pont est suivi d'un démodulateur dont le rôle apparaîtra par la suite.



**Fig. 4-51** Capteur des petits déplacements

Si  $2e_0$  est la distance entre leurs plaques fixes, les capacités  $C_1$  et  $C_2$  sont liées au déplacement  $y$  de la came par les relations

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{e_0 - y} \quad \text{et} \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{e_0 + y}.$$

D'autre part,

$$v_A - v_B = \frac{1/C_1 s}{1/C_s + 1/C_1 s} v - \frac{1/C_2 s}{1/C_s + 1/C_2 s} v \\ = \left[ \frac{C/C_1}{1+C/C_1} - \frac{C/C_2}{1+C/C_2} \right] v.$$

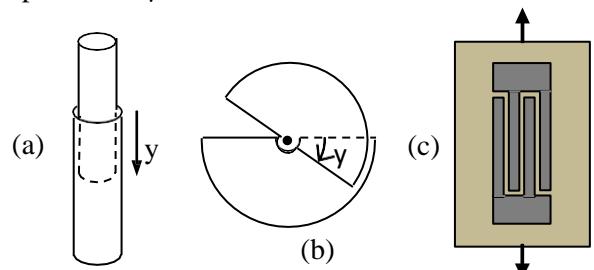
Par conséquent, si  $C \ll C_{1\min} = C_{2\min}$ ,

$$v_A - v_B = A y \sin \omega t, \quad A = 2 C a / \epsilon_0 S.$$

Le démodulateur, composé d'un redresseur et d'un filtre, élimine sin $\omega t$  de  $v_A - v_B$  en conservant son amplitude  $n = Ay$ . La sortie  $n$  est donc une tension proportionnelle au déplacement  $y$ .

a) Variation de  $S$  - Capteurs de déplacement et d'elongation.

La figure 4-52 représente 3 types de capteurs capacitifs basés sur la variation de  $S$  : a) capteur de déplacement linéaire, b) capteur de rotation et c) extensomètre. Ce dernier est constitué d'un support en résine de 20 à 30  $\mu\text{m}$  sur lequel sont imprimées les deux parties métalliques du condensateur d'épaisseur 2  $\mu\text{m}$ .



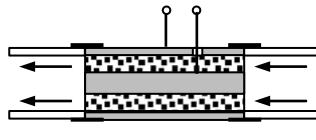
**Fig. 4-52** Capteurs capacitifs de déplacement

Les capacités de ces capteurs sont proportionnelles à leur déplacement  $y$ . L'écart entre  $y$  et une référence  $r$  peut être mesuré à l'aide d'un pont de Wheatstone suivi d'un démodulateur. Le pont, alimenté par une tension sinusoïdale, comporte le capteur, une capacité variable proportionnelle à la référence et deux capacités constantes ayant une même valeur  $C$  beaucoup plus grande que les deux autres capacités.

c) Variation de  $\epsilon_r$  - Hygromètre.

La figure 4-53 représente un capteur qui mesure l'humidité (hygromètre) dans un gaz qui traverse un tuyau. Il est constitué d'une capacité cylindrique dont la matière diélectrique est poreuse permettant l'infiltation du gaz à travers la capacité. La permittivité relative  $\epsilon_r$  et, par conséquent, la valeur de la capacité varient selon la teneur du gaz en vapeur d'eau. De la mesure de cette capacité, on déduit l'humidité.

Fig. 4-53 Hygromètre



**Capteurs électromagnétiques.** Rappelons qu'une bobine de  $N$  spires parcourue par un courant  $i$  crée un champ d'induction magnétique  $B$  de flux  $\Phi$  par spire et son inductance est définie par  $L = N\Phi/i$ . Le flux est lié au courant  $i$  et à la réluctance  $\mathcal{R}$  du milieu où circule  $B$  par la relation  $Ni = \mathcal{R}\Phi$ . Si ce milieu a une longueur  $L$ , une section  $S$  et une perméabilité magnétique  $\mu$ , sa réluctance est  $\mathcal{R} = L/\mu S$ . Semblable à la résistance électrique, la réluctance de deux milieux en série est la somme de leurs réluctances et l'inverse de la réluctance de deux milieux parallèles est la somme des inverses de leurs réluctances. D'autre part, un flux magnétique  $\Phi$  variable développe aux bornes d'une bobine de  $N$  spires une force électromotrice  $E = -Nd\Phi/dt$ .

a) Transformateur différentiel

Le circuit du transformateur différentiel, représenté à la figure 4-54a, est schématisé par la figure 4-54b. Il s'agit en fait de deux transformateurs identiques à réluctances  $\mathcal{R}_1$  et  $\mathcal{R}_2$  variables. Si  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  sont les flux qui traversent ces transformateurs, les forces électromotrices aux sorties des secondaires sont :

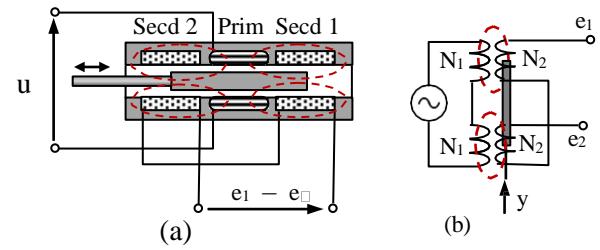


Fig. 4-54 Transformateur différentiel

$$e_1 = -N_2 \frac{d\Phi_1}{dt} \quad \text{et} \quad e_2 = -N_2 \frac{d\Phi_2}{dt}.$$

Or, si  $i$  est le courant qui traverse le primaire (les courants des secondaires sont supposés nuls), on a :

$$R_k \Phi_k = N_i i \Rightarrow d\Phi_k / dt = (N_1 / R_k) di / dt, \quad k = 1, 2.$$

$$\Rightarrow e_1 - e_2 = N_1 N_2 \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \frac{di}{dt}. \quad (4-41)$$

D'autre part,

$$u = N_1 \frac{d\Phi_1}{dt} + N_2 \frac{d\Phi_2}{dt} = N_1^2 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{di}{dt}. \quad (4-42)$$

La perméabilité  $\mu$  de l'acier étant beaucoup plus grande que la perméabilité  $\mu_0$  de l'air ( $\mu > 1000\mu_0$ ), on néglige la réluctance de l'acier du transformateur devant celui de l'air. Soit  $L_0$  la longueur de la circulation de l'induction dans l'air quand les bobines des secondaires sont symétriques par rapport au centre du noyau. Si le noyau se déplace de  $y$ , cette longueur devient  $L_0 - y$  dans le transformateur supérieur et  $L_0 + y$  dans le transformateur inférieur (voir fig.4-54b). D'où

$$\mathcal{R}_1 = \frac{L_0 - y}{\mu_0 S} \quad \text{et} \quad \mathcal{R}_2 = \frac{L_0 + y}{\mu_0 S}.$$

En remplaçant dans (4-42) puis dans (4-41) et en négligeant  $y^2$  devant  $L_0^2$ , on obtient :

$$u = \frac{2N_1^2 \mu_0 S}{L_0} \frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt},$$

$$e_1 - e_2 = -\frac{2N_1 N_2 y}{L L_0} u = -A y \sin \omega t.$$

Un démodulateur connecté au transformateur donne

donc à sa sortie une tension  $u$  proportionnelle à  $y$ . Ce capteur des petits déplacements est fiable, linéaire et sensible mais il doit être protégé contre les perturbations magnétiques externes.

### b) Capteur de proximité.

Ce capteur peut servir à mesurer, par exemple, l'ondulation d'une surface ou l'excentricité d'un axe tournant. On en distingue deux types : le premier pour détecter la proximité d'un matériau magnétique comme l'acier et le deuxième pour détecter la proximité d'un conducteur électrique comme le cuivre ou l'aluminium (fig. 4-55).

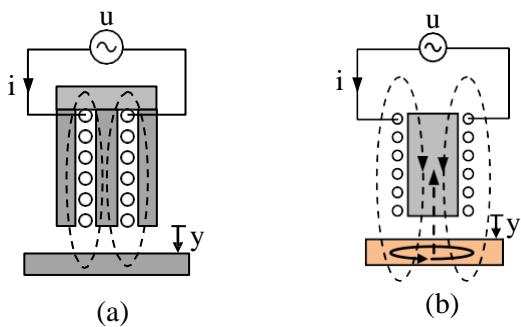


Fig. 4-55 Capteur de proximité d'un conducteur (a) magnétique (b) électrique

1) En négligeant la réluctance de l'acier du capteur de proximité et de la pièce magnétique, on a  $Ni = (y/\mu_0 S)\Phi$  d'où, pour  $u = \cos\omega t = Nd\Phi/dt$ , on a :

$$\frac{di}{dt} = \frac{y}{N\mu_0 S} \frac{u}{N} \Rightarrow i = Ay \sin \omega t, \quad A = \frac{1}{N^2 \omega \mu_0 S}.$$

On voit que l'amplitude du courant est proportionnelle au déplacement  $y$ .

2) Quand on place un conducteur électrique non magnétique à proximité de l'électroaimant du deuxième capteur, la réluctance ne se modifie presque pas mais il se développe dans le conducteur un courant de Foucault  $i_f$  d'autant plus fort que  $y$  est petit et que la fréquence de la tension  $u$  est grande. Ce courant crée une induction  $-\Phi_f$  qui s'oppose à celle de l'électroaimant  $\Phi_e$  et diminue par conséquent l'amplitude du flux résultant  $\Phi$ . De  $Ni = R\Phi$ , on déduit que l'amplitude de  $i$  croît avec  $y$  (presque linéairement).

### c) Tachymètre.

Un tachymètre est l'inverse d'un moteur à courant continu (fig. 4-56a) ou synchrone (fig. 4-56b). C'est un générateur qui transforme la rotation en tension au lieu d'effectuer l'opération inverse. Souvent le champ magnétique dans les tachymètres est créé par des aimants permanents. Il est préférable de filtrer la sortie d'un tachymètre continu afin de supprimer les fluctuations causées par la commutation entre les balais et les lamelles du collecteur. Le tachymètre synchrone est moins couteux mais nécessite un démodulateur.

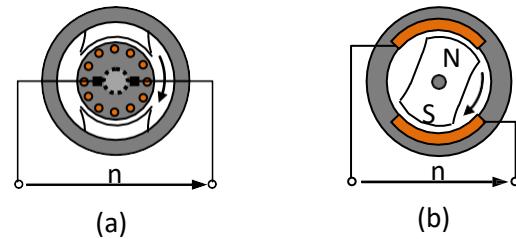


Fig. 4-56 Tachymètres cc et synchrone

**Capteurs thermo et piézoélectriques.** Le capteur thermoélectrique, appelé thermocouple, transforme la différence de température en tension électrique par déplacement des électrons libres dans un conducteur et le capteur piézoélectrique transforme la force en tension électrique par déformation de la structure atomique d'un cristal.

### a) Thermocouple

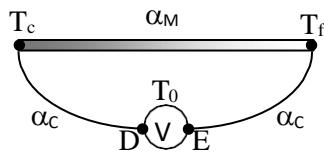
Si aux extrémités A et B d'un conducteur les températures  $T_c$  et  $T_f$  sont différentes, les électrons libres se déplacent vers la partie froide pour uniformiser leur énergie cinétique par unité de volume. Il apparaît ainsi une différence de potentiel  $V_A - V_B = \alpha_M(T_c - T_f)$  où  $\alpha_M$  est le pouvoir thermoélectrique du conducteur. C'est l'effet Seebeck, principe physique des thermocouples.

On peut penser que pour mesurer la différence de température  $T_c - T_f$  sachant  $\alpha_M$ , il suffit de brancher les extrémités A et B à un voltmètre et lire  $V_A - V_B$  (fig. 4-57). En fait, il faut aussi tenir compte du pouvoir thermoélectrique  $\alpha_C$  des fils de connexion du voltmètre. En effet, si  $T_0$  est la température dans le voisinage du voltmètre, celui-ci indique la tension

$$\begin{aligned} V_D - V_E &= \alpha_C(T_0 - T_c) + \alpha_M(T_c - T_f) + \alpha_C(T_f - T_0) \\ &= (\alpha_M - \alpha_C)(T_c - T_f) = \alpha_{MC}(T_c - T_f) \end{aligned}$$

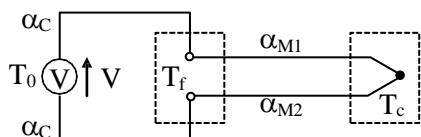
où  $\alpha_{M/C} = \alpha_M - \alpha_C$  est appelé *coefficient de Seebeck* du couple de matériaux M et C.

**Fig. 4-57**  
Branchement direct du voltmètre à A et B



Pour tout  $\alpha_C$  qui est généralement inconnu, le montage de la figure 4-58 mesure  $T_f - T_c$  par la tension

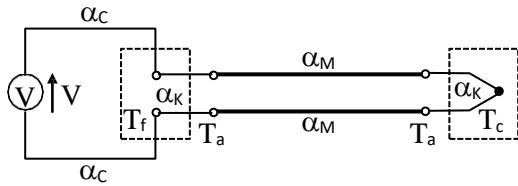
$$V = \alpha_{M1}(T_c - T_f) - \alpha_{M2}(T_c - T_f) = \alpha_{M1}M_2(T_c - T_f).$$



**Fig. 4-58** Montage de principe de la mesure de  $T_c$

Les fils de connexion entre  $T_c$  et  $T_f$  doivent être fins afin de réduire le transfert de chaleur de la source chaude vers la source froide et doivent avoir un grand coefficient  $\alpha_{M1}M_2$  afin d'augmenter la sensibilité du capteur. Les coefficients de Seebeck des couples de fils employés dans les thermocouples sont constants dans des larges marges de température et valent entre 10 à 80  $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ . Par exemple, le coefficient du couple chromel-alumel, désigné par K, est  $\alpha_K = 40 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$  et il est constant dans la bande de température  $[0^\circ, 1370^\circ]$ . Les coefficients de ces couples étant très faibles, le thermocouple est généralement suivi d'un amplificateur. D'autre part, les couples disponibles sont coûteux et fragiles alors que la source froide doit être éloignée de la source chaude afin de limiter le transfert de chaleur. Cet inconvénient est généralement surmonté en intercalant des conducteurs plus robustes et moins chers d'un même matériau M comme le montre la figure 4-59 où  $T_a$  est la température ambiante supposée la même aux extrémités de ces conducteurs. Sous cette condition, on a bien :

$$V = \alpha_K(T_c - T_a) - \alpha_K(T_a - T_f) = \alpha_K(T_c - T_f).$$



**Fig. 4-59** Montage pratique de la mesure de  $T_c$

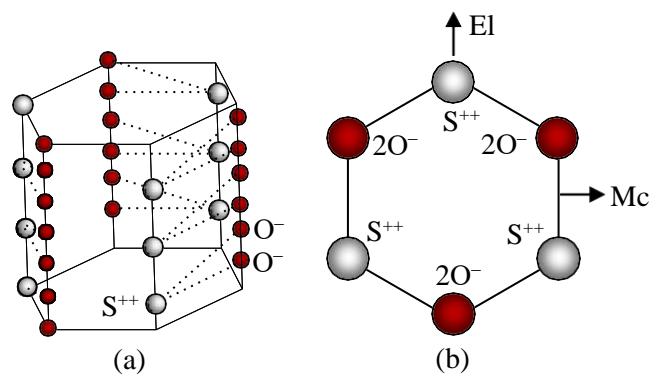
Enfin, la mesure de  $T_c$  à partir de la tension amplifiée  $U = AE$  du thermocouple nécessite la connaissance de  $T_f$  en tout instant. Dans le but d'éliminer l'effet de  $T_f$ , on incorpore dans un bloc isolé en cuivre ou en aluminium la jonction froide avec un pont de Wheatstone comportant une thermistance. À l'aide d'un rhéostat du pont on ajuste la tension  $U_{th}$  aux bornes de la thermistance de sorte qu'à la température  $T_f$ ,  $U_{th} = A\alpha_K T_f$ . D'où

$$U + U_{th} = A\alpha_K(T_c - T_f) - A\alpha_K T_f = A\alpha_K T_c. \quad \forall T_f.$$

Avec ce réglage de  $U_f$ , la mesure de la température  $T_c$  sera donc toujours donnée par  $(U + U_f)/A\alpha_K$  indépendamment de la valeur de  $T_f$ .

### b) Capteur piézoélectrique

Le quartz est constitué de silice ( $\text{SiO}_2$ ) cristallisé. Une maille de ce cristal est un cylindre hexagonal autour duquel sont réparties en spirale les molécules de silice, l'ion  $\text{Si}^{++}$  sur une arête suivie des deux ions  $\text{O}^-$  sur l'arête suivante (fig. 4-60a). La figure 4-60b est une vue d'en haut d'une maille c.à.d. la projection de celle-ci sur un plan perpendiculaire à son axe appelé *axe optique*. L'axe  $E_l$  qui passe par deux sommets opposés de l'hexagone est appelé *axe électrique* et l'axe  $M_c$  perpendiculaire à  $E_l$  est appelé *axe mécanique*. On remarque que les barycentres des charges + et - sont confondus d'où la résultante du champ électrique créé par ces charges est nulle.



**Fig. 4-60** Cristal de quartz et sa projection

Sous l'action d'une force appliquée selon l'axe  $E_l$  ou l'axe  $M_c$ , le cristal se déforme et les barycentres des charges + et - se déplacent pour créer un champ électrique  $E$  (fig. 4-61). Le sens de ce champ s'inverse quand la force change de sens.

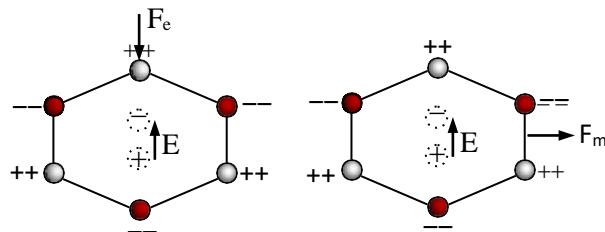


Fig. 4-61 Champ électrique créé par  $F_e$  ou  $F_m$

Ainsi, une lame de quartz peut être vue comme une capacité  $C_0$  qui se charge et se décharge en lui appliquant une force (positive ou négative) dans le sens  $E_l$  ou le sens  $M_c$ . Cette force est donc équivalente à une source de charge  $q$  (fig. 4-62).

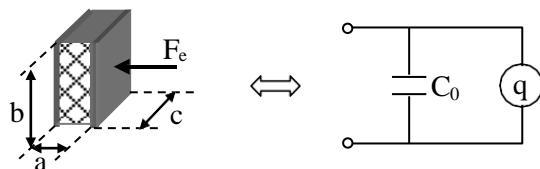


Fig. 4-62 Analogie électrique d'une lame de quartz

D'après la loi de Curie, la relation entre la charge  $q_e$  et la force  $F_e$  selon l'axe électrique  $E_l$  est  $q_e = KF_e$  et la relation entre la charge  $q_m$  et la force  $F_m$  selon l'axe mécanique  $M_c$  est  $q_m = K(b/a)F_m$  où  $K$  est la constante piézoélectrique du quartz,  $a$  est la dimension selon l'axe  $E_l$  et  $b$  est la dimension selon l'axe  $M_c$ . La dimension  $c$  selon l'axe optique n'intervient pas dans la valeur de la charge mais dans celle de la capacité qui vaut  $C_0 = \epsilon_0\epsilon_r(cb/a)$  sous la force  $F_e$  et  $C_0 = \epsilon_0\epsilon_r(ca/b)$  sous la force  $F_m$ .

Un moyen pour mesurer  $F_e$  ou  $F_m$  consiste à transformer la charge  $q$  en une tension  $n$  moyennant un amplificateur comme le montre la figure 4-63

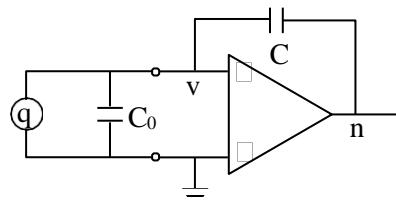


Fig. 4-63 Amplificateur de charge

On a :  $q = C_0v + C(v - n)$  avec  $n = Av$  où  $A$  est le très grand gain de l'amplificateur. D'où

$$q = (C_0 + C)(n / A) - Cn \Rightarrow n = -qC.$$

Ainsi  $n$  est une mesure de  $q$  c'est-à-dire de  $F$ . Elle ne dépend pas de la capacité  $C_0$  de la lame piézoélectrique mais seulement de la capacité externe  $C$  autour de l'amplificateur.

Signalons enfin qu'il existe des matériaux piézoélectriques autres que le quartz (céramique, polymère, ...) et que l'effet piézoélectrique est inversible : une tension électrique appliquée à une lame piézoélectrique la contracte ou la dilate selon le signe de cette tension.

**Autres capteurs.** Nous terminons cette section par la description de trois types de capteurs souvent rencontrés dans les applications : les capteurs optiques, les manomètres et les débitmètres.

#### a) Encodeurs optiques

La figure 4-64 représente les parties principales d'un encodeur optique. Un disque est perforé par des fentes uniformément espacées sur deux pistes circulaires concentriques A et B. Les fentes de la piste B sont décalées par rapport à celles de la piste A de la moitié de la largeur d'une fente. Sur une troisième piste C, une fente unique ayant le même axe de symétrie qu'une fente de la piste A sert à indiquer le départ d'un nouveau tour du disque. Des rayons sont émis d'une manière continue par 3 LED (diodes émettrices de lumière) placées au niveau des trois pistes perpendiculairement au disque. Des photodéTECTeurs (PD) A, B, C placés en face des LED de l'autre côté du disque transforment en tension électrique le rayon lumineux qui traverse une fente quand elle passe devant l'un de ces PD.

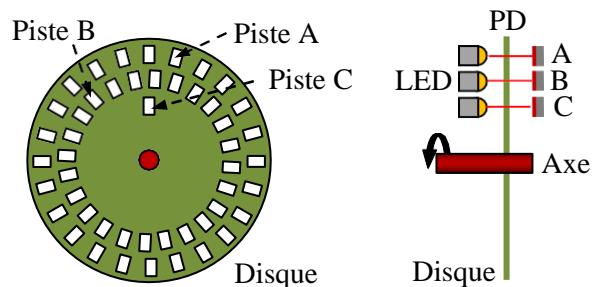


Fig. 4-64 Le disque de l'encodeur, ses émetteurs et ses récepteurs de lumière

Comme le montre la figure 4-65, les impulsions de tension produites par le récepteur B sont décalées par

rapport à celles du récepteur A d'un quart de période vers l'avant si le disque tourne dans le sens horaire, vers l'arrière si le disque tourne dans le sens trigonométrique.

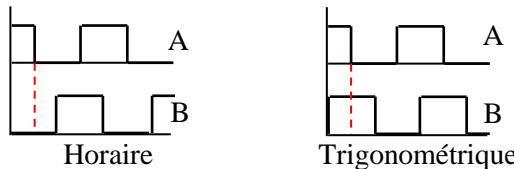


Fig. 4-65 Signaux des récepteurs A et B

À l'instant de descente du signal de A, un compteur bidirectionnel ajoute 1 à sa sortie si  $B = 0$  et retranche 1 si  $B = 1$ . Soit  $N$  le nombre de fentes de la piste A. Si  $n \in \mathbb{Z}$  est la sortie du compteur en un instant  $t$ , la rotation de l'axe en cet instant est  $\theta(t) = 2\pi n/N$  rad. Si  $t_{i-1}$  et  $t_i$  sont les instants de deux descentes successives de A, la vitesse de rotation à l'instant  $t_i$  est  $\Omega(t_i) = [\theta(t_i) - \theta(t_{i-1})]/(t_i - t_{i-1})$ . Pour obtenir cette vitesse, le circuit doit comporter une horloge qui indique la durée  $t_i - t_{i-1}$ .

### b) Pont optique

Ce pont sert à déterminer la direction d'une source lumineuse. C'est une capsule comportant 4 photodéTECTeurs placés derrière une fente en croix (fig. 4-66a). Chaque cellule produit une tension proportionnelle au flux lumineux qui lui arrive. La figure 4-66b est une représentation de la coupe de ce capteur par le plan de symétrie P de deux cellules opposées.

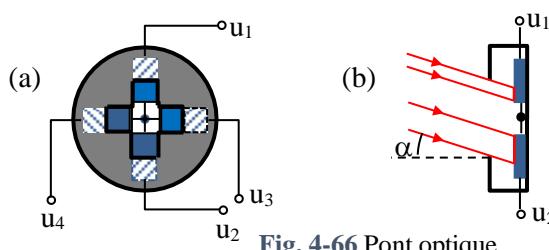


Fig. 4-66 Pont optique

Soit  $\alpha$  l'angle entre la normale à la capsule et la projection sur P des rayons provenant d'une source lumineuse éloignée. La figure 4-66b montre que la surface d'une cellule éclairée par ces rayons est proportionnelle à  $c + d \cdot \tan \alpha$  et celle de la cellule opposée est proportionnelle à  $c - d \cdot \tan \alpha$ ,  $c$  et  $d$  étant des constantes. Par conséquent, la tension  $u_2 - u_1$  est proportionnelle à  $2d \cdot \tan \alpha$  et la tension  $u_4 - u_3$  est

proportionnelle à  $2d \cdot \tan \alpha$ , ce qui détermine la direction  $(\alpha_1, \alpha_2)$  de la source lumineuse.

### c) Manomètres

Ces capteurs mesurent la pression d'un gaz ou d'un liquide. La figure 4-67 montre un manomètre à mercure constitué d'un tube en U et d'un pont de Wheatstone dont deux de ses résistances sont constantes et égales à  $R$  et les deux autres,  $R_1$  et  $R_2$ , varient avec le niveau du mercure de chaque côté du tube.

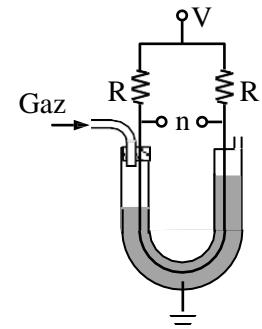


Fig. 4-67 Manomètre à mercure

Si  $R \gg R_{1\max}$  et  $R_{2\max}$ , la tension de sortie est

$$n = R_2 / (R + R_2) - R_1 / (R + R_1) \approx (R_2 - R_1) / R.$$

Or,  $R_2 - R_1$  est proportionnel à la différence de niveau  $h = (P - P_a)/\delta g$  où  $P$  est la pression du gaz,  $P_a$  la pression atmosphérique,  $\delta$  la densité du mercure ( $13.6 \text{ g/cm}^3$ ) et  $g$  l'accélération terrestre. Ainsi la tension  $n$  est linéairement liée à la pression du gaz. Généralement, la tension  $n$  doit être amplifiée pour augmenter la sensibilité de ce capteur.

Le capteur précédent a l'inconvénient de contaminer le gaz par la vapeur de mercure. Ce n'est pas le cas du manomètre à membrane élastique et jauge de contrainte représenté par la figure 4-68.

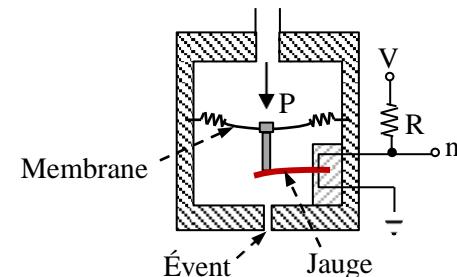


Fig. 4-68 Manomètre à membrane

Si la résistance  $R$  est beaucoup plus grande que le maximum de la résistance  $R_c$  de la jauge, on a :

$$n = \frac{R_c}{R + R_c} V \approx \frac{R_c}{R} V.$$

Or  $R_c$  est proportionnelle à la flexion de la jauge et de la membrane qui est approximativement proportionnelle à la pression  $P$  du fluide, d'où la linéarité entre  $P$  et  $n$ .

#### a) Débitmètres

On distingue entre débitmètres dynamiques et débitmètres statiques selon qu'ils comportent des parties mobiles ou non.

La figure 4-69 représente un exemple d'un débitmètre dynamique à pendule constitué d'une tige flexible en caoutchouc et d'une masse sphérique. Sur la tige sont placés deux extensomètres diamétralement opposés et protégés par un film isolant.

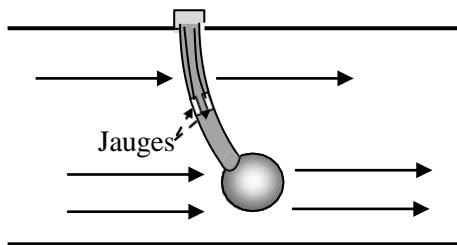


Fig. 4-69 Débitmètre à pendule flexible.

Sous l'action du courant, la tige fléchit proportionnellement au carré de la vitesse de ce courant c.à.d. au carré du débit. L'un des jauge se dilate et l'autre se contracte. Il suffit donc de mesurer par un pont de Wheatstone les variations des résistances des jauge pour déduire le débit par un extracteur de la racine carrée.

Les débitmètres statiques sont généralement plus fiables. Parmi les plus employés de ces capteurs est le tube de Venturi représenté par la figure 4-70.

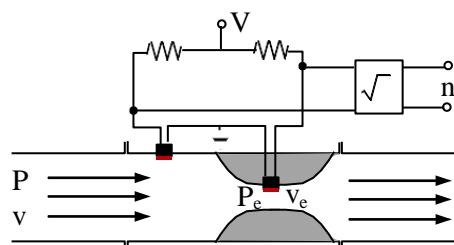


Fig. 4-70 Tube de Venturi

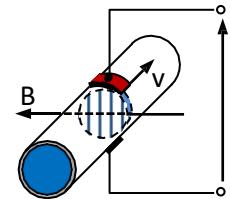
Dans l'étranglement, la vitesse  $v$  devient  $v_e > v$  et la pression  $P$  devient  $P_e < P$  selon l'équation de Bernoulli

$$P + \frac{\rho}{2} v^2 = P_e + \frac{\rho}{2} v_e^2.$$

En remplaçant dans cette équation  $v$  par  $q/S$  et  $v_e$  par  $q/S_e$ ,  $q$  étant le débit,  $S$  la section du tuyau et  $S_e$  la section de l'étranglement, on déduit que  $q^2$  est proportionnel à  $\Delta P = P - P_e$ . En captant  $P$  et  $P_e$  par des jauge de contraintes collées sur des supports élastiques et placées avant et dans l'étranglement, on obtient à la sortie d'un pont de Wheatstone suivi d'un extracteur de racine carrée une tension  $n$  proportionnelle à  $q$ .

Contrairement aux débitmètres précédents, le débitmètre représenté par la figure 4-71 peut être déplacé d'un lieu à un autre d'une installation de tuyauterie d'un liquide conducteur d'électricité.

Fig.4-71 Débitmètre magnétique



Une lame du liquide se déplace avec une vitesse  $v$  perpendiculairement à une induction magnétique  $B$  créée par des aimants permanents. D'après la loi de Faraday, pour un tube de diamètre  $d$ , une force électromotrice induite,  $n = Bd.v$ , peut être recueillie par deux électrodes placées aux extrémités d'un diamètre perpendiculaire à  $B$ .

Signalons pour terminer cette section que les capteurs constituent un monde en soi et qu'à la limite toute loi physique peut servir à concevoir un ou plusieurs types de capteurs. On trouve par exemple des capteurs à fibres optiques, des capteurs sonores, des capteurs radioactifs ainsi que des capteurs de très petite taille appelés micro ou nano capteurs. L'ingénieur doit se référer aux catalogues des fabricants pour choisir les capteurs qui conviennent le mieux à son système.

## C - ORGANE DE COMMANDE STANDARD

Le rôle de l'organe de commande consiste à évaluer l'écart  $e$  entre la référence  $r$  et la mesure  $m$  de la sortie  $y$  du système commandé  $S$  puis à produire un signal de commande  $u_c$  dont l'action sur  $S$  à travers l'actionneur tend à diminuer  $|e|$  rapidement sans trop d'oscillations (voir fig. 4-1). Pour satisfaire ces exigences, la relation entre  $e$  et  $u_c$  doit être choisie convenablement en tenant compte de la dynamique du système commandé. Ceci fera l'objet de la partie III de ces notes où sera envisagé, entre autres, une famille de commandes très répandue dans l'industrie dite commande standard ou PID. La commande  $u_c$  d'un tel régulateur est liée à l'écart  $e$  par une relation de la forme

$$u_c = k_p e + k_d \frac{de}{dt} + k_i \int_0^t e dt. \quad (4-43)$$

où  $k_p$ ,  $k_d$  et  $k_i$  sont des constantes dépendantes de la dynamique du système commandé. Généralement  $k_p$  est non nulle. Si  $k_d = k_i = 0$ , on dit que l'organe de commande est de type P (proportionnel). On dit qu'il est de type PI (proportionnel-intégral) ou de type PD (proportionnel-dérivée) si respectivement  $k_d = 0$  ou  $k_i = 0$ . Quand les 3 constantes  $k_p$ ,  $k_d$  et  $k_i$  sont non nulles, on dit que l'organe de commande est de type PID (proportionnel-dérivée-intégral). Le choix du type et la détermination des valeurs convenables de ses constantes seront traités dans la partie III. Nous nous limitons dans cette section à la description physique des circuits électronique et pneumatique qui effectuent les opérations de l'équation (4-43). D'après cette équation, la fonction de transfert d'un régulateur standard est de la forme :

$$G_c(s) = \frac{u_c}{e} = k_p + k_d s + k_i / s = k_p (1 + T_d s + T_i / s) \quad (4-44)$$

où  $T_d = k_d / k_p$  et  $T_i = k_i / k_p$ .

### 4-7 RÉALISATION ÉLECTRONIQUE D'UN PID

**Réalisation à 3 branches.** La figure 4-72

représente la réalisation la plus naturelle constituée de trois branches chacune étant relative à un terme de la fonction de transfert (4-44). La branche supérieure pour l'intégration, celle du milieu pour la proportionnalité et la branche inférieure pour la dérivation.

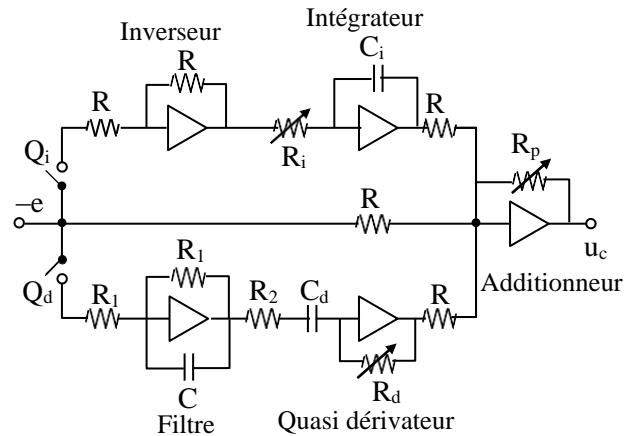


Fig. 4-72 Réalisation d'un PID à 3 branches

À remarquer que chaque chemin de  $-e$  à  $u_c$  comporte un nombre impair d'ampli-op afin que  $u_c$  soit de même signe que  $e$ . Pour cette raison l'inverseur est introduit dans la première branche avant l'intégrateur dont la sortie est  $u_{ci} = -e/T_i s$  avec  $T_i = C_i R_i$  ajustable par le potentiomètre  $R_i$ .

D'autre part, le dérivateur pur  $T_d s$  est à éviter car, son gain étant  $T_d \omega$ , il amplifie beaucoup les bruits de hautes fréquences. Pour cette raison il est remplacé par un quasi-déivateur de fonction de transfert  $-R_d C_d s / (R_2 C_d s + 1)$  précédé par un filtre de fonction de transfert  $-1/(R_1 C s + 1)$  où  $R_1 C < R_2 C_d$ . Ainsi, pour les fréquences  $\omega$  supérieures à  $1/R_1 C$ , le gain entre  $-e$  et la sortie  $u_{cd}$  du quasi-déivateur est environ  $R_d / (R_2 R_1 C \omega)$  ce qui atténue les bruits. Par contre, pour les fréquences inférieures à  $1/R_2 C_d$ ,  $u_{cd} \approx -(T_d s) e$  qui est la dérivée de  $e$  multipliée par  $T_d = R_d C_d$  ajustable par le potentiomètre  $R_d$ . Par conséquent, les fréquences de  $e$  étant généralement basses et les fréquences des bruits étant généralement hautes, la branche inférieure dérive  $e$  et filtre les bruits. La sortie du circuit est donc

$$u_c = -\frac{R_p}{R} (-e + u_{cd} + u_{ci}) = k_p (1 + T_d s + 1/T_i s) e$$

où  $k_p = R_p/R$  est ajustable par le potentiomètre  $R_p$ .

Enfin, on passe d'un type P, PI, PD ou PID à un autre en manipulant les interrupteurs  $Q_i$  et  $Q_d$ .

**Comparateur.** Il produit un signal proportionnel à l'écart  $-e = m - r$  entre la mesure  $m$  de la réponse  $y$  du système commandé et la référence  $r$ . Son circuit est représenté par la figure 4-73 où

$$R_1/R_2 = R_3/R_4 = \alpha.$$

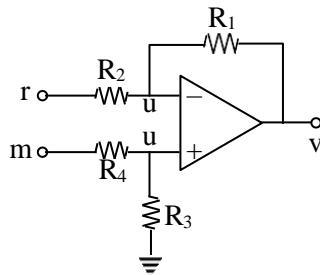


Fig. 4-73 Comparateur

En effet, comme le courant qui pénètre dans les entrées – et + de l'ampli-op est nul, on a :

$$\left. \begin{aligned} \frac{r-u}{R_2} &= \frac{u-v}{R_1} \Rightarrow (1+\alpha)u = \alpha r + v \\ \frac{m-u}{R_4} &= \frac{m}{R_3} \Rightarrow (1+\alpha)u = \alpha m \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = -\alpha e.$$

En connectant ce comparateur au circuit de la figure 4-72, la fonction de transfert de l'organe de commande devient

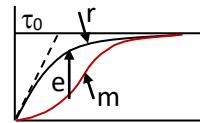
$$G_c(s) = \alpha k_p(1 + T_d s + 1/T_i s)$$

où  $\alpha = 1$  si  $R_1 = R_2$  et  $R_3 = R_4$ .

Au démarrage,  $m = 0$  et si en cet instant  $r$  est grand, la grande valeur de  $e = r - m$  se traduit, à travers l'organe de commande et l'actionneur, en une forte action sur le système commandé. Pour éviter ce choc, on prend souvent la précaution d'intercaler un démarreur qui adoucit le passage de la référence  $r$  de 0 à sa valeur désirée  $r_f$  (soft start) selon l'équation

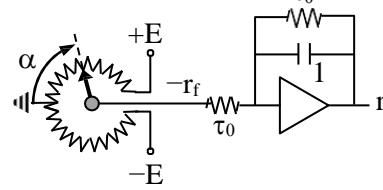
$$\tau_0 \frac{dr}{dt} + r = r_f. \quad (4-45)$$

D'après cette équation,  $r$  tend vers  $r_f$  d'autant plus lentement que la constante de temps  $\tau_0$  est grande.



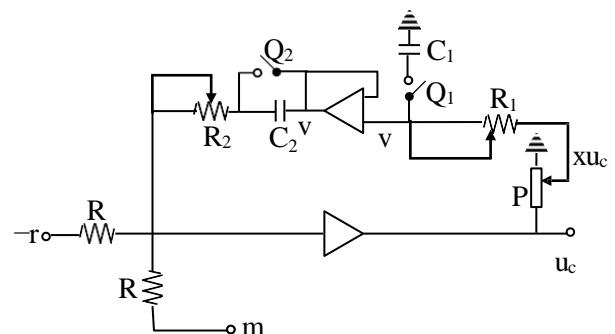
Comme le montre la figure ci-contre,  $m$  variant en même temps que  $r$ , l'écart  $e = r - m$  reste dans des limites acceptables.

Le démarreur d'équation (4-45) n'est autre qu'un filtre dont la réalisation est celle de la figure (4-35). La figure 4-74 montre un démarreur connecté à un potentiomètre rotatif dont la tension de sortie  $r_f$  est liée à la rotation  $\alpha$  du curseur par  $r_f = \alpha E/\pi$ .



**Fig. 4-74** Démarreur

**Réalisation à 1 branche.** La réalisation à 3 branches de la figure 4-72 a l'avantage de rendre indépendantes les opérations de proportionnalité, d'intégration et de dérivation. Elle a cependant nécessité avec le comparateur 6 ampli-op alors que deux auraient suffi. En effet, considérons le circuit de la figure 4-75 et supposons que l'interrupteur  $Q_1$  est fermé et  $Q_2$  est ouvert et que la résistance du potentiomètre  $P$  est beaucoup plus faible que les autres résistances.



**Fig. 4-75** Régulateur standard à une branche

On a ..

$$\frac{v}{R_s + 1/C_s} = \frac{r - m}{R} \quad \text{et} \quad v = \frac{1/C_s}{R_s + 1/C_s} x u_c$$

donc

$$u_c = \frac{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)}{\tau s} e \quad (4-46)$$

avec

$$\tau_1 = R_1 C_1, \quad \tau_2 = R_2 C_2, \quad \text{et} \quad \tau = x R C_2.$$

Au lieu de  $k_p$ ,  $T_d$  et  $T_i$ , il est préférable de définir ce PID par ses constantes de temps  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $\tau$  ajustables respectivement par les potentiomètres  $R_1$ ,  $R_2$  et  $P$ .

En ouvrant l'interrupteur  $Q_1$ ,  $C_1$  s'annule et la fonction de transfert entre  $e$  et  $u_c$  devient  $(1 + \tau_2 s)/\tau s$  qui est un PI. La fermeture de  $Q_2$  rend  $C_2$  infinie ce qui produit le PD  $(1 + \tau_1 s)R_2/xR$ . Les deux opérations précédentes conduisent à un régulateur P de gain  $R_2/xR$ .

**Remarque.** Le degré du numérateur de (4-46) étant supérieur à celui du dénominateur, le circuit de la figure 4-75 amplifie les hautes fréquences des bruits. Pour les atténuer, on ajoute en série avec  $C_1$  une petite résistance  $R_f$  et le lecteur peut vérifier que (4-46) sera multiplié par le filtre  $1/(1 + \tau_f s)$ ,  $\tau_f = R_f C_1$ , et la valeur de  $\tau_1$  sera augmentée de  $\tau_f$ . D'autre part, les zéros de (4-46) c.à.d. les racines du numérateur sont des réels positifs. Si l'on désire des zéros complexes conjugués, on élimine le suiveur en connectant ses deux entrées et on ajuste les potentiomètres afin d'obtenir un numérateur ayant les racines voulues.

**Protection contre les surcharges.** Quand le système commandé S rencontre une forte résistance, la mesure  $m$  de sa sortie peut chuter rapidement et s'écarte considérablement de la référence  $r$ . En augmentant avec  $|e| = |r - m|$ , le signal de commande  $|u_c|$  exerce à travers l'actionneur une forte action sur S pouvant nuire à ce système. Il est donc important de protéger le système commandé en empêchant  $u_c$  de dépasser certaines limites.

Le circuit de la figure 4-76 effectue cette limitation. Sur cette figure,  $Z$  désigne la chaîne de contre réaction du régulateur (voir fig. 4-75) et le suiveur empêche le passage du courant provenant de  $+V_A$  ou  $-V_B$  vers le régulateur. Par conséquent, si les diodes  $D_1$  et  $D_2$  sont bloquées, le circuit se comporte en régulateur normal.

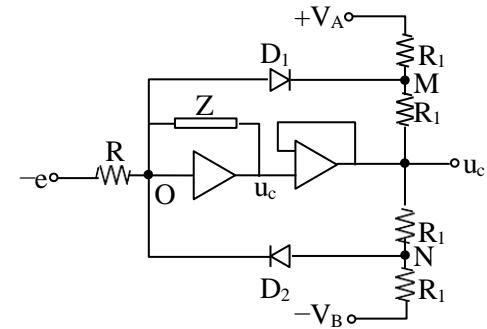
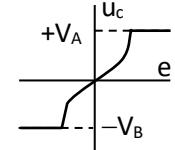


Fig. 4-76 Circuit de limitation de la commande

Les résistances  $R_1$  sont beaucoup plus faibles que la résistance  $R$  de sorte qu'on peut négliger le courant qui traverse l'un des diodes devant le courant qui passe de  $+V_A$  vers  $-V_B$ . Ceci implique que les égalités suivantes sont toujours vérifiées :

$$V_M = \frac{V_A - u_c}{2} \quad \text{et} \quad V_N = \frac{-V_B - u_c}{2}.$$

Or, les diodes  $D_1$  et  $D_2$  se bloquent si  $V_M > V_O = 0$  et  $V_N < V_O = 0$  c.à.d. si  $-V_B < u_c < V_A$ . Dans ce cas, le circuit fonctionne en régulateur normal. Quand la diode  $D_1$  conduit,  $V_M = V_O = 0$  d'où  $u_c = V_A$ . De même, quand  $D_2$  conduit,  $V_M = V_O = 0$  d'où  $u_c = -V_B$ . Ainsi,  $u_c$  ne dépasse jamais les limites  $-V_B$  et  $+V_A$  comme le montre la figure ci-contre.



## 4-8 RÉALISATION PNEUMATIQUE D'UN PID

Les organes pneumatiques sont assez répandus dans les usines qui, dans la plupart, disposent d'une source d'air comprimé. Bien que ces organes sont généralement bruyants et moins performants que leurs équivalents électriques ou électroniques, ils sont plus robustes et simples à réparer et ne présentent aucun danger dans un milieu inflammable. À la fin du chapitre 1 de la partie I (automatique séquentielle) ou du chapitre 3 précédent, le lecteur trouve une description de certains organes pneumatiques parmi lesquels les vérins et les distributeurs qui jouent respectivement

le rôle de moteurs et d'actionneurs pour les systèmes pneumatiques. Dans cette section sera détaillé un exemple de conception d'un organe de commande pneumatique important, le PID.

Les organes de commande pneumatiques sont souvent constitués d'une buse à ailette, d'un relais pneumatique et d'un ensemble de soufflets. Nous commençons par la description de ces éléments avant d'aborder la conception d'un PID.

**Buse à ailette.** La figure 4-77 représente une buse avec son ailette. De l'air comprimé, dont la pression  $P_a$  est généralement comprise entre 2 et 8 bars, pénètre dans la buse à travers un orifice de résistance  $R$ . Le diamètre de l'orifice à la sortie de la buse est d'environ 0.25 mm. À une distance  $X$  de cet orifice est placée une lame métallique appelée ailette. Autour d'une moyenne  $X_0$  voisine de 0.25 mm, la distance  $X$  varie selon les déplacements horizontaux des extrémités A et B de l'aillette.

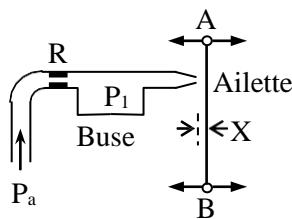


Fig. 4-77 Buse à ailette

Quand la distance  $X$  est nulle l'aillette obture le passage de l'air vers l'atmosphère et la pression  $P_1$  à l'intérieur de la buse s'équilibre avec la pression d'alimentation  $P_a$ . Quand  $X$  croît, l'air s'échappe vers l'extérieur de plus en plus facilement et la pression  $P_1$  décroît pour tendre vers une pression  $P_b$  voisine de la pression atmosphérique. La figure 4-78 montre l'allure de la variation de  $P_1$  en fonction de  $X$ . Dans un intervalle autour d'une distance  $X = X_0$  pour laquelle  $P_1$  devient  $P_0 = P_1(X_0)$ , la courbe  $P_1(X)$  est approximativement linéaire. Par conséquent, tant que  $X$  reste à l'intérieur de cet intervalle, on peut écrire

$$p_1 = -k_b x \quad (4-47)$$

où  $p_1 = P_1 - P_0$ ,  $x = X - X_0$  et  $-k_b$  est la pente de la courbe en  $X_0$ . La buse joue donc le rôle d'un amplificateur de grand gain  $k_b$  (une petite variation de  $x$  entraîne une grande variation de  $p_1$ ).

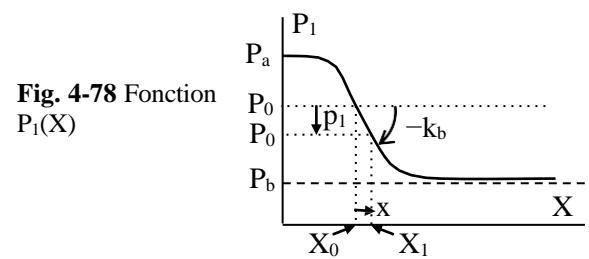


Fig. 4-78 Fonction  $P_1(X)$

**Relais pneumatique.** Ce n'est autre qu'un robinet à clapet biconique (fig. 4-79a). Dans sa position supérieure, le clapet ferme l'orifice vers l'atmosphère et ouvre devant l'air d'alimentation, de pression  $P_a$ , un passage libre sans résistance vers la canalisation de sortie où la pression devient  $P = P_a$ . Durant la descente du clapet, la résistance augmente devant l'air d'alimentation, la pression  $P$  de sortie décroît et, quand le clapet obture l'orifice inférieur, elle arrive à une pression  $P_b$  voisine de la pression atmosphérique (fig. 4-79b).

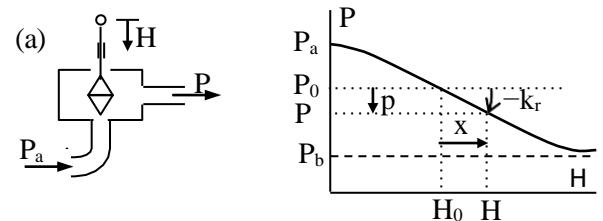


Fig. 4-79 Relais pneumatique et sa caractéristique

Ici aussi, il existe une position intermédiaire  $H = H_0$  du clapet autour de laquelle la courbe  $P(H)$  est approximativement linéaire. En posant  $P_0 = P(H_0)$ ,  $h = H - H_0$ ,  $p = P - P_0$  et  $-k_r$  la pente de la courbe en  $H_0$ , on a :

$$p = -k_r h. \quad (4-48)$$

**Soufflet.** Il est constitué d'un cylindre élastique de raideur  $k$ , de section  $S$  et de volume au repos  $V$ . Il est connecté à une conduite d'air comprimé de pression  $P$  à travers un robinet de résistance  $R_1$ , (fig. 4-80a).

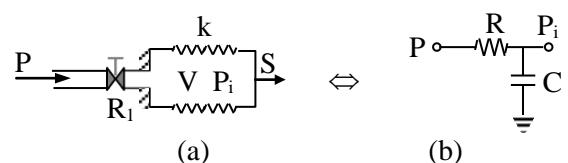


Fig. 4-80 Le soufflet et son équivalent électrique

Sous l'effet de sa pression interne  $P_i$ , le cylindre se dilate légèrement de

$$x = \frac{S}{k} (P_i - P_{\text{atm}}) \quad (4-49)$$

sans que son volume change significativement. En admettant que l'air est un gaz parfait, on a  $P_i V = NRT$  où  $N$  est le nombre de moles dans le soufflet,  $R$  la constante des gaz et  $T$  est la température absolue dans le soufflet supposée presque constante, égale à celle du milieu ambiant. On peut donc écrire :

$$VdP_i = RTdN \Rightarrow \frac{dP_i}{dt} = \frac{RT}{V} \frac{dN}{dt}.$$

Or le débit molaire  $dN/dt$  qui traverse la résistance  $R_1$  est lié à la différence de pression aux bornes de cette résistance par  $dN/dt = (P - P_i)/R_1$ . En remplaçant dans l'équation précédente, on obtient :

$$R_1 C \frac{dP_i}{dt} + P_i = P$$

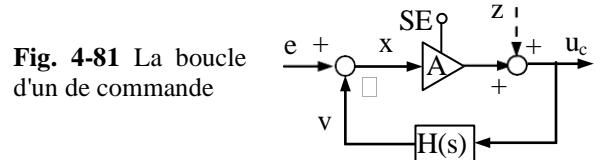
où  $C = V/RT$  est presque une constante appelée capacité du soufflet. La fonction de transfert entre  $P_i$  et  $P$  est donc

$$\frac{P_i}{P} = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (4-50)$$

où  $\tau = R_1 C$  est la constante de temps du soufflet. On voit, d'après (4-50), que le soufflet est analogue au filtre électrique représenté par la figure 4-80b où la pression est remplacée par une tension et le débit d'air  $dN/dt$  par un courant.

**Principe de conception d'un organe de commande.** Ayant décrit les éléments qui interviennent dans un organe de commande pneumatique nous envisageons maintenant sa conception. Comme son analogue électrique (voir fig. 4-75), cet organe est constitué d'une boucle fermée ayant en chaîne directe un amplificateur de grand gain  $A$  alimenté par une source d'énergie SE et, en chaîne de contre réaction, une fonction de transfert  $H(s)$  qui définit le type de la commande (fig. 4-81). À la sortie de l'amplificateur est ajoutée

une entrée  $z$  représentant les bruits et les imperfections éventuelles du modèle.



Pour montrer l'intérêt de cette structure, écrivons l'expression du signal de commande  $u_c$  en fonction des entrées  $e$  et  $z$ . On a :

$$u_c = z + A[e - H(s)u_c] \Rightarrow u_c = \frac{z + Ae}{1 + AH(s)}.$$

Si  $A|H(j\omega)| \gg 1$  pour toutes les fréquences  $\omega$  qui peuvent traverser l'organe de commande, l'effet sur la commande  $u_c$  de la perturbation  $z$  sera négligeable et

$$u_c \approx \frac{1}{H(s)} e \quad (4-51)$$

dont la fonction de transfert ne dépend que de la chaîne de contre réaction  $H(s)$ . À noter que sans cette chaîne, l'effet de la perturbation  $z$  sur  $u_c$  resterait entier.

Sachant que la fonction de transfert d'un organe PID est  $u_c/e = (\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)/\tau s$ , de (4-51) on tire

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{\tau s}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \\ &= \frac{\beta}{(\tau_1 s + 1)} - \frac{\beta}{(\tau_2 s + 1)}, \quad \beta = \frac{\tau}{\tau_2 - \tau_1}. \end{aligned} \quad (4-52)$$

Tenant compte de (4-50), l'équation (4-52) suggère que la chaîne de retour  $H(s)$  se réalise par deux soufflets à déplacements opposés tandis que l'amplification  $A$  de la chaîne directe s'obtient par le grand gain d'une buse connectée à un relais qui assure l'alimentation du système en énergie sous forme de pression  $P_a$ .

**Réalisation.** Les remarques précédentes conduisent à construire l'organe de commande PID représenté par la figure 4-82. La pression dans un soufflet fixée

par un régulateur de pression représente la référence  $r$ . Ce soufflet est opposé à un autre soufflet identique dont la pression  $m$  mesure la sortie du système commandé. La chaîne directe du PID est formée d'une buse de grand gain connectée à un soufflet sans résistance qui déplace le clapet du relais. La chaîne de retour est constituée de deux soufflets identiques opposés de résistances réglables  $R_1$  et  $R_2$  et connectés à la conduite de sortie du relais dont la pression  $P$  d'air est le signal de commande.

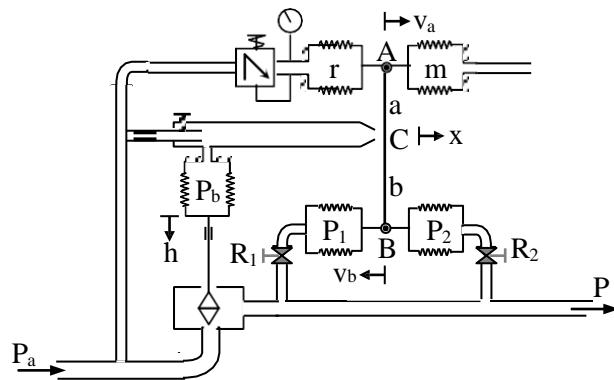


Fig. 4-82 Réalisation d'un PID pneumatique.

Nous supposons que quand  $r = m$ , c.à.d. quand la réponse  $y$  du système commandé est égale à la réponse désirée  $y_d$ , l'ailette est verticale et la pression  $P$  à la sortie du relais est égale à la pression de fonctionnement  $P_0$ . Cette valeur s'obtient quand la pression dans la buse est  $P_b = P_{b0}$ . Pour satisfaire ces conditions, on commence initialement par déplacer horizontalement la buse jusqu'à ce que l'ailette soit verticale et stable. Par cette opération, la mesure  $m$  de  $y$  sera égale à la référence  $r$  et  $P_1 = P_2 = P_0$ . Le rôle de l'organe de commande consiste à ramener rapidement  $m$  vers  $r$  chaque fois qu'elle s'en écarte à cause de la variation de la charge du système commandé ou de toute autre perturbation.

#### a) Gain de la chaîne directe

Le signal de commande  $u_c$  est l'écart  $p = P - P_0$  et en posant  $p_b = P_b - P_{b0}$ , le gain de la chaîne directe est, d'après (4-47), (4-48) et (4-49),

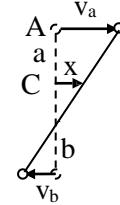
$$A = \frac{u_c}{x} = \frac{p}{h} \frac{p_b}{x} = k_r \frac{S}{k} k_b \quad (4-53)$$

où  $S$  et  $k$  sont la section et la raideur du soufflet sans

résistance connectant la buse au relais.

#### b) Déplacement de l'ailette

L'éloignement  $x$  du point C de l'ailette de la buse dépend linéairement des déplacements  $v_a$  et  $v_b$  de ses extrémités A et B comme le montre la figure ci-contre. L'effet de  $v_a$  seul est  $x = bv_a/(a + b)$  et celui de  $v_b$  est  $x = -av_b/(a + b)$ . D'où, par superposition



$$x = \alpha v_a - (1 - \alpha) v_b, \quad \alpha = \frac{b}{a + b}. \quad (4-54)$$

#### c) Fonction de transfert de la chaîne de retour

Le déplacement du point A correspond à l'équilibre des forces exercées par les pressions  $r$  et  $m$ . Si  $S_a$  est la section des soufflets et  $k_a$  leur raideur, on a :

$$rS_a - k_a v_a = mS_a + k_a v_a \Rightarrow v_a = \beta_a e \quad (4-55)$$

où  $S_a$  et  $k_a$  sont la section et la raideur des soufflets du comparateur,  $\beta_a = S_a/2k_a$  et  $e = r - m$ . De même, le déplacement du point B est

$$v_b = \frac{S_b}{2k_b} (P_2 - P_1) = \beta_b (p_2 - p_1) \quad (4-56)$$

Où  $p_1 = P_1 - P_0$  et  $p_2 = P_2 - P_0$ .

D'après l'équation (4-50) d'un soufflet,  $p_1$  et  $p_2$  varient en fonction de la commande  $p = P - P_0$  selon les relations :

$$p_1 = \frac{1}{\tau_1 s + 1} p \quad \text{et} \quad p_2 = \frac{1}{\tau_2 s + 1} p \quad (4-57)$$

où  $\tau_1 = R_1 C$  et  $\tau_2 = R_2 C$ ,  $C$  étant la capacité des soufflets de retour. Les constantes de temps  $\tau_1$  et  $\tau_2$  sont réglables par les robinets  $R_1$  et  $R_2$ .

Le diagramme de l'organe de commande, représenté par la figure 4-83, est la combinaison des relations (4-53) à (4-57).

De ce diagramme on déduit la relation entre  $p$  et  $e$ .

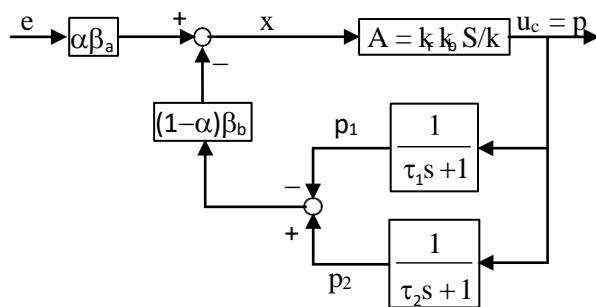


Fig. 4-83 Diagramme de l'organe de commande

$$p = A \left[ \alpha \beta_a e - (1 - \alpha) \beta_b \left( \frac{1}{\tau_2 s + 1} - \frac{1}{\tau_1 s + 1} \right) p \right]$$

d'où la fonction de transfert entre l'erreur  $e = r - m$  et la commande  $u_c = p$  est

$$\frac{p}{e} = \frac{A \alpha \beta_a}{1 + A(1 - \alpha) \beta_b} \frac{(\tau_1 - \tau_2)s}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}.$$

Sachant que  $\alpha/(1 - \alpha) = b/a$  et que le gain  $A$  est très grand, on peut négliger le nombre 1 du dénominateur devant l'autre terme et écrire :

$$\frac{p}{e} = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{\tau s} \quad (4-58)$$

$$\text{où } \tau = \frac{a \beta_b}{b \beta_a} (\tau_1 - \tau_2).$$

Ceci montre que si  $\tau_1 > \tau_2$ , l'organe de commande de la figure 4-82 est effectivement un PID dont l'expression peut aussi s'écrire sous la forme :

$$\frac{p}{e} = k_p \left( 1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right)$$

où

$$k_p = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau}, \quad T_d = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \quad \text{et} \quad T_i = \tau_1 + \tau_2.$$

De ces relations on déduit qu'on obtient le type de commande PI en annulant  $\tau_2$  c.à.d. en ouvrant complètement le robinet  $R_2$  ; le type PD s'obtient quand  $\tau_1 = \infty$  c.à.d. quand on ferme complètement le

robinet  $R_1$  et le type P quand on effectue à la fois les deux opérations précédentes.

Nous avons déjà signalé que les valeurs de  $\tau_1$  et  $\tau_2$  s'ajustent en tournant la manette des robinets  $R_1$  ou  $R_2$ . La valeur de  $\tau$  donnée en (4-58) peut être ajustée en modifiant le rapport  $a/b$  par un certain mécanisme.